

Дядина П.И., Авдеев Н.А.

**Изображение
аккреционного диска в
гибридной
метрической-Палатини
гравитации**



3-я Международная конференция «Субмиллиметровая и миллиметровая астрономия: цели и инструменты»

Мотивации к расширению ОТО

- Ускоренное расширение Вселенной
- Темное вещество
- Невозможность объединения гравитации и квантовой теории



$f(R)$ -гравитация

- Метрическая (переменные: метрика $g_{\mu\nu}$)

- Палатини (переменные: метрика $g_{\mu\nu}$, аффинная СВЯЗНОСТЬ $\Gamma_{\mu\lambda}^{\alpha}$)



Гибридная метрическая-Палатини гравитация

- Действие:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(\mathcal{R})] + S_m ,$$

- Скалярно-тензорное представление:

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[(1 + \phi)R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m .$$

- Уравнения поля:

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{1+\phi} \left[k^2 \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (V + \nabla_\alpha \nabla^\alpha \phi) + \nabla_\mu \nabla_\nu \phi - \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right],$$
$$-\nabla_\mu \nabla^\mu \phi + \frac{1}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{\phi[2V - (1+\phi)V_\phi]}{3} = \frac{\phi k^2}{3} T.$$



Сферически-симметричное решение

- Сферически-симметричная метрика:

$$ds^2 = -e^{\nu(r)} c^2 dt^2 + e^{\lambda(r)} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- Безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{2GM_{BH}}{c^2 r}, \quad \frac{d\phi}{dr} = \frac{c^2}{2GM_{BH}} U, \quad V(\phi) = 2 \left(\frac{c^2}{2GM_{BH}} \right)^2 v(\phi)$$

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{2GM_{BH} M_{eff}(r)}{c^2 r}.$$

Начальные условия $M_{eff}(0) = 1, \quad \nu(0) = 0, \quad \nu'(0) = 0$

Произвольные параметры $u(0) = u_0, \quad \phi(0) = \phi_0.$



Уравнения поля в безразмерных переменных

$$\frac{d\phi}{d\xi} = -\frac{U}{\xi^2}$$

$$\frac{dM_{eff}}{d\xi} = \frac{(1 - M_{eff}\xi)[\xi^2 dU/d\xi + 3U^2/4\phi - 2\xi U] + M_{eff}\xi^3(1 + \phi) - v}{\xi^4(1 + \phi + U/2\xi)} - \frac{M_{eff}}{\xi}$$

$$\frac{dv}{d\xi} = -\frac{\xi - \left\{ \frac{U(\xi)[8\phi + 3U(\xi)/\xi]}{4\phi(1+\phi)} + \xi \right\} [1 - \xi M_{eff}(\xi)] - \frac{v(\phi)}{\xi(1+\phi)}}{\xi^2 [1 - \xi M_{eff}(\xi)] \left[1 + \frac{U(\xi)}{2\xi(1+\phi)} \right]}$$

$$\frac{d^2v}{d\xi^2} = \frac{(1 - \frac{\xi}{2} \frac{dv}{d\xi}) (-\xi \frac{dM_{eff}}{d\xi} - M_{eff})}{\xi(1 - \xi M_{eff})} - \frac{5U(\xi)^2}{2\xi^4\phi(1 + \phi)} + \frac{2U}{\xi^3(1 + \phi)}$$

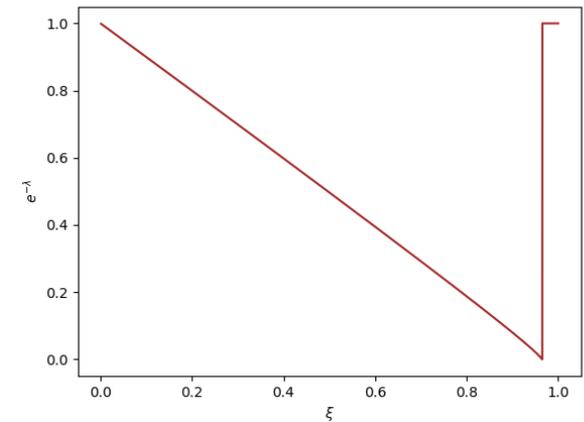
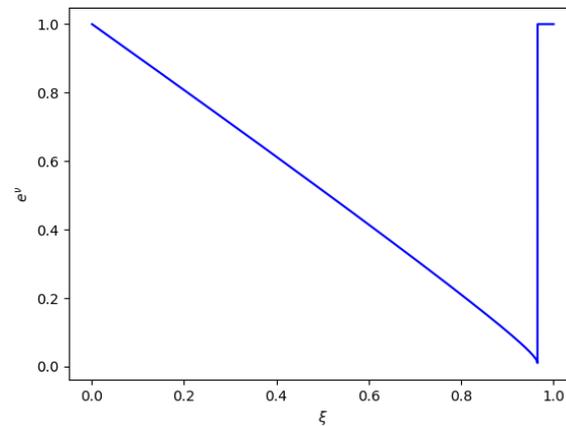
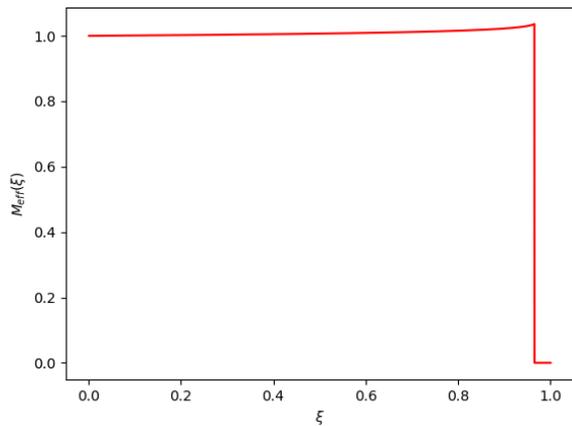
$$-\frac{2}{\xi^4(1 + \phi)(1 - \xi M_{eff})} \left\{ \frac{2\phi}{3} [2v - (1 + \phi)v_\phi] + v \right\} - \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{d\xi} \right)^2 + \frac{1}{\xi} \frac{dv}{d\xi}$$

$$\frac{dU(\xi)}{d\xi} = \frac{\frac{\xi^2 U(\xi)}{2} \left[\xi \frac{dM_{eff}(\xi)}{d\xi} + M_{eff}(\xi) \right] - \frac{2\phi}{3} [2v(\phi) - (1 + \phi)v_\phi(\phi)]}{\xi^2(1 - \xi M_{eff}(\xi))}$$



Пример численного решения

- Случай $\phi_0 = 1, u = 4 \times 10^{-8}$:



- ▶ Горизонт $\xi=0.966$
(Горизонт черной дыры Шварцшильда достигается на $\xi_S = 1$)



Модель Новикова-Торна

- $h \ll r$: диск тонкий в вертикальном направлении
- Частицы движутся по кеплеровским орбитам
- Диск лежит в экваториальной плоскости компактного объекта
- Стационарная структура (не зависит от времени)
- Постоянная скорость аккреции
- Локальное термодинамическое равновесие



Модель Новикова-Торна

- Плотность потока энергии, испускаемая с поверхности аккреционного диска

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E} - \Omega\tilde{L})^2} \int_{r_{isco}}^r (\tilde{E} - \Omega\tilde{L})\tilde{L}_{,r} r dr$$

- Светимость:

$$L(\nu) = \frac{2h}{c^2} \cos \gamma \int_{r_i}^{r_f} \int_0^{2\pi} \frac{v_e^3 r d\phi dr}{\exp(h\nu_e/kT) - 1}$$

где:

$$1 + z = \frac{1 + \Omega r \sin \varphi \sin \gamma}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}}$$

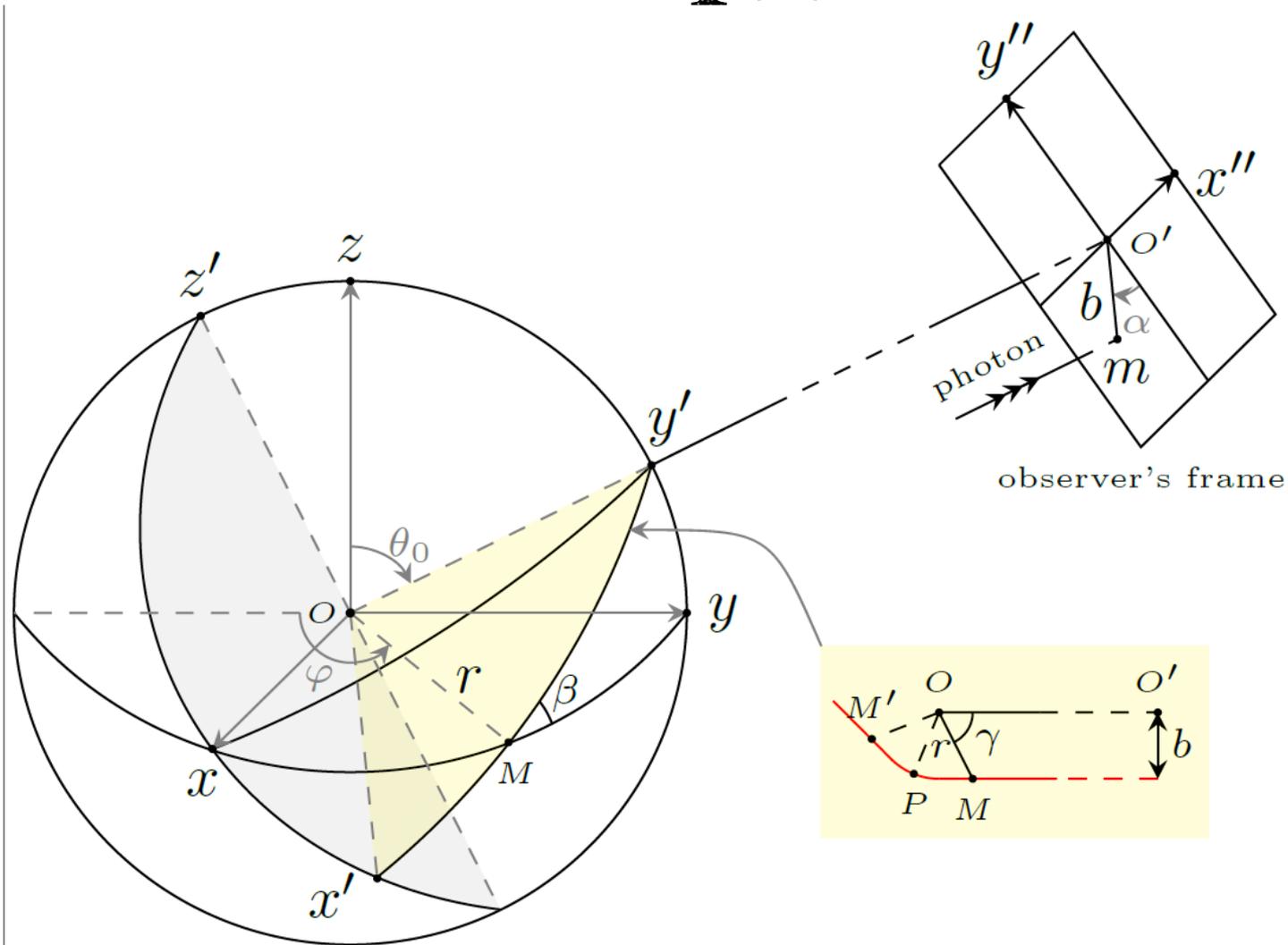
$$\tilde{E} = -\frac{g_{00}}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}}$$

$$\tilde{L} = \frac{g_{33}\Omega}{\sqrt{-g_{00} - g_{33}\Omega^2}}$$

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\frac{-g_{00,r}}{-g_{33,r}}}$$



Система координат



J.-P. Luminet, *Astronomy and Astrophysics*, 75, 1-2, 228 (1979);
S.-X. Tian, Z.-H. Zhu, *Phys. Rev. D* 100, 064011 (2019)



Получение изображения аккреционного диска

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{\mathcal{L}}{|\mathcal{L}|} r^2 \sqrt{\frac{1}{b^2} - \frac{e^{\nu(r)}}{r^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos \alpha \tan \theta_0}{\sqrt{\cos^2 \alpha \tan^2 \theta_0 + 1}}$$

Пусть $u = 1/r$ и $f(u) = e^{\nu(u)}$

$$\frac{du}{d\varphi} = \frac{\mathcal{L}}{|\mathcal{L}|} \sqrt{\frac{1}{b^2} - u^2 f(u)}$$

$$\varphi = k\pi - \arccos \frac{\cos \alpha \tan \theta_0}{\sqrt{\cos^2 \alpha \tan^2 \theta_0 + 1}}$$

$$\varphi = \frac{\mathcal{L}}{|\mathcal{L}|} \int_{u_o}^{u_s} \frac{du}{\sqrt{\frac{1}{b^2} - u^2 f(u)}}$$

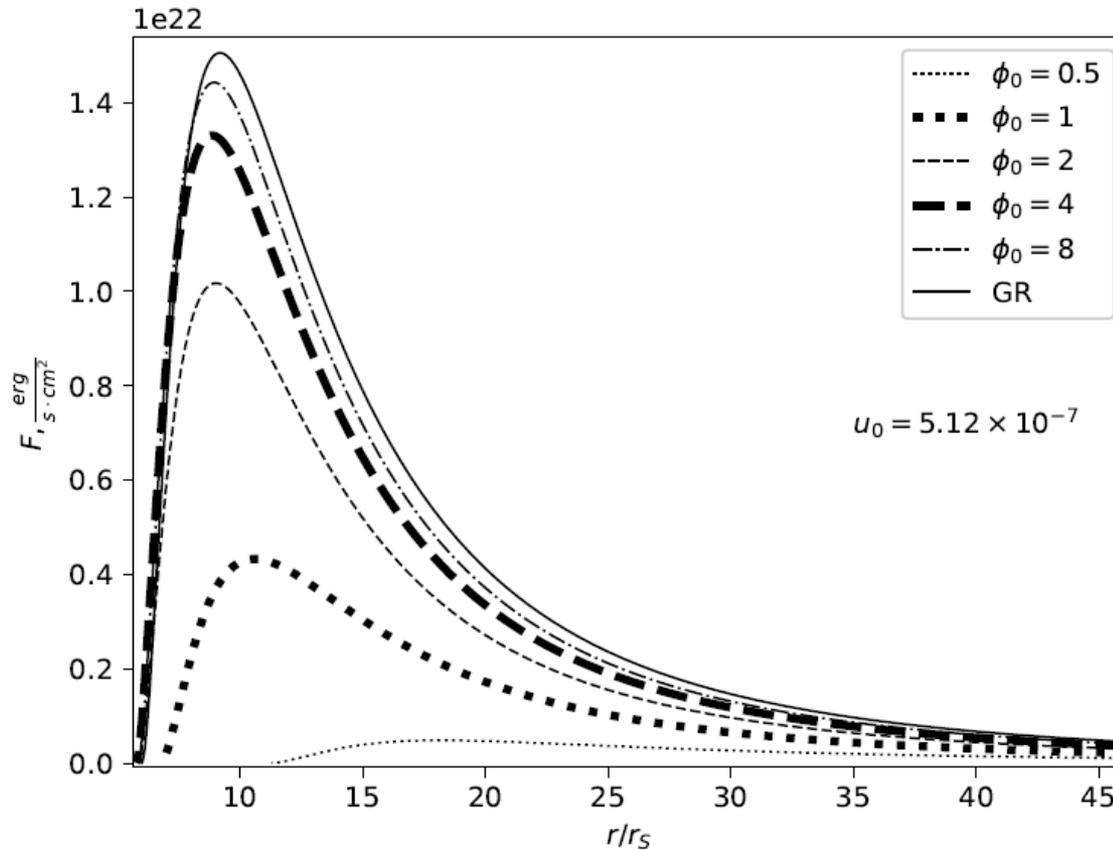
Причем $k=1$ для первичного изображения, $k=2$ – для вторичного изображения

$$\frac{\mathcal{L}}{|\mathcal{L}|} \int_{u_o}^{u_s} \frac{du}{\sqrt{\frac{1}{b^2} - u^2 f(u)}} = k\pi - \arccos \frac{\sin \alpha \tan \theta_0}{\sqrt{\sin^2 \alpha \tan^2 \theta_0 + 1}}$$



Плотность потока энергии

- Случай без потенциала:



$$u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$$

$$u_0 = 5.12 \times 10^{-7}$$

Для $\phi_0 = 0.5$: $r_{isco} = 11.3r_S$

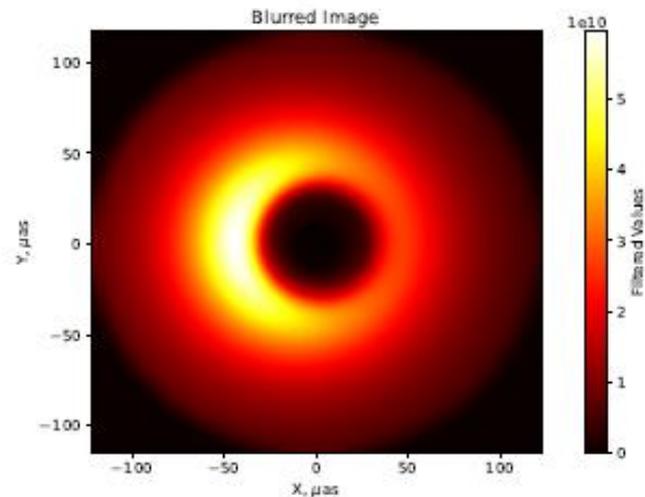
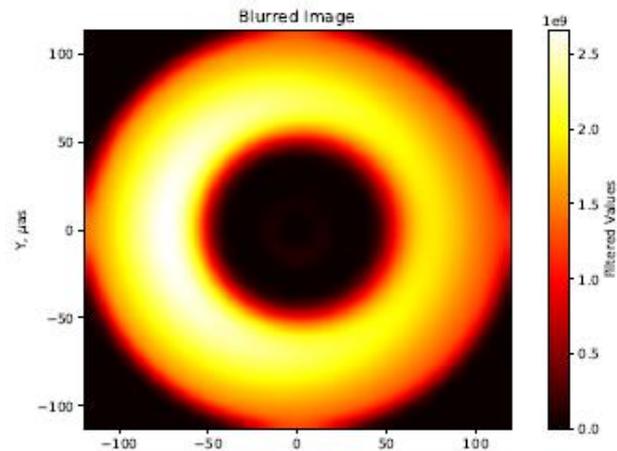
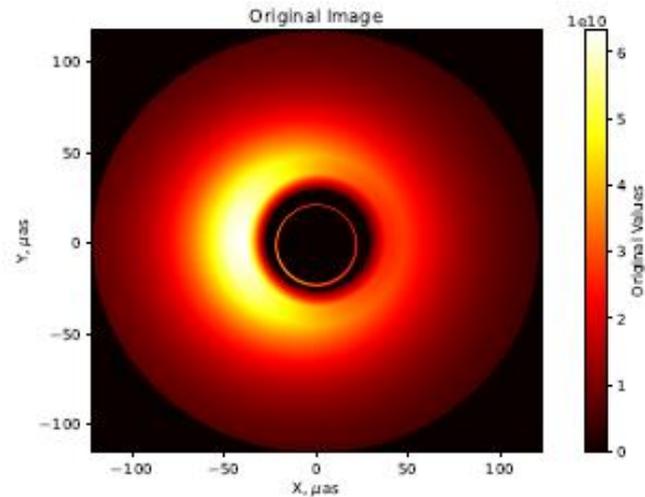
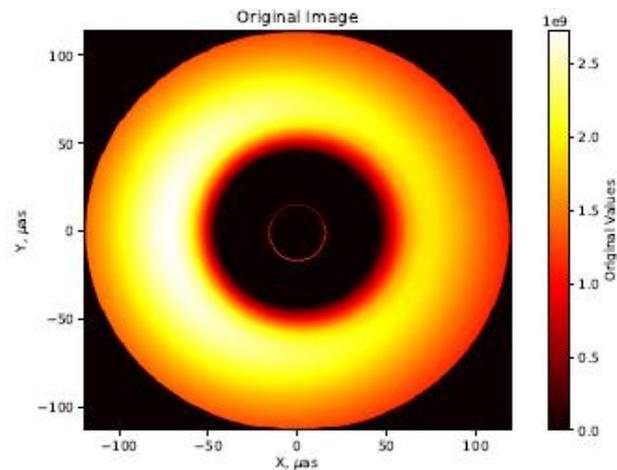
$$r_S = GM_{BH}/c^2$$



Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $r_{isco} = 11.3r_s$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 17^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$
 - Гибридная гравитация

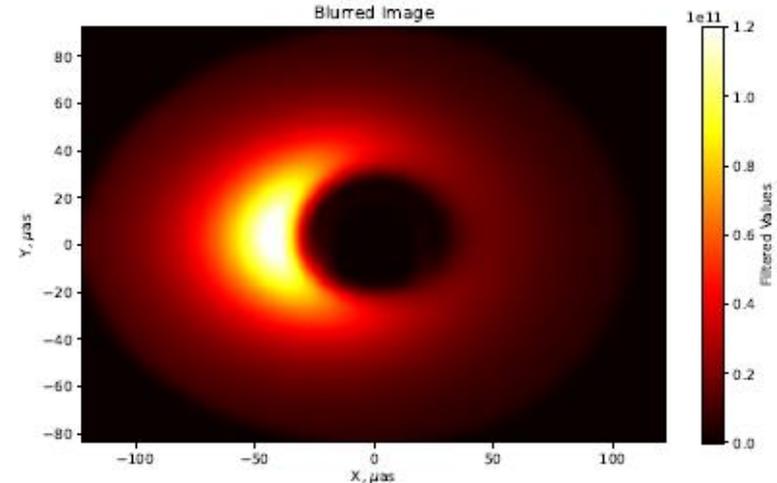
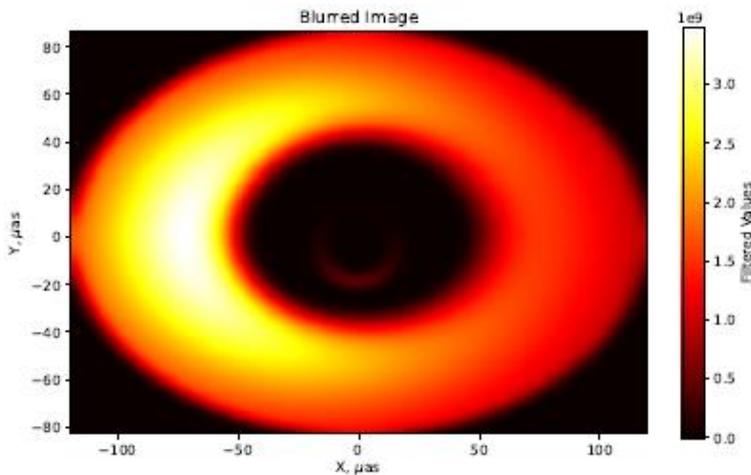
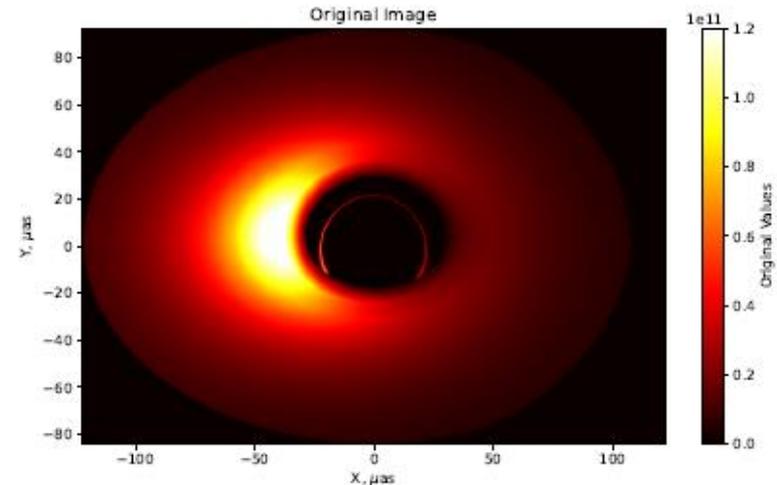
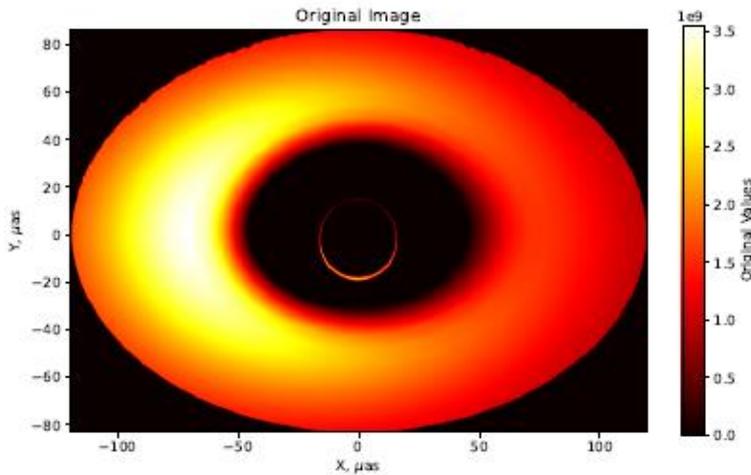
ОТО



Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $r_{isco} = 11.3r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 45^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$
 - Гибридная гравитация

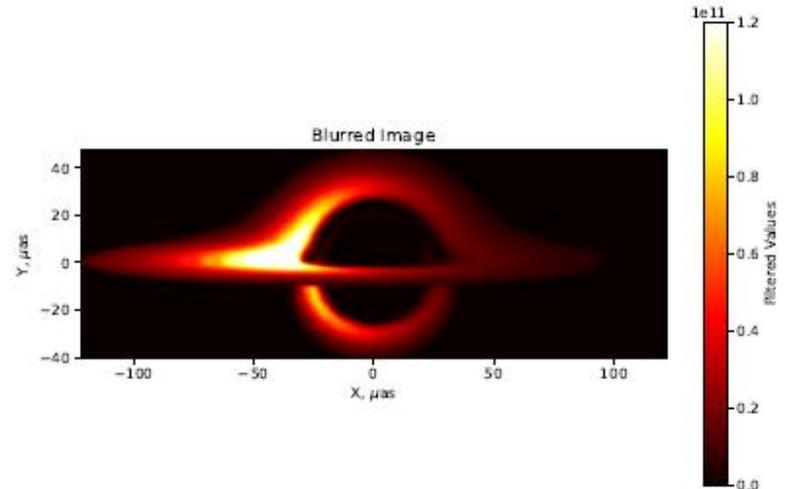
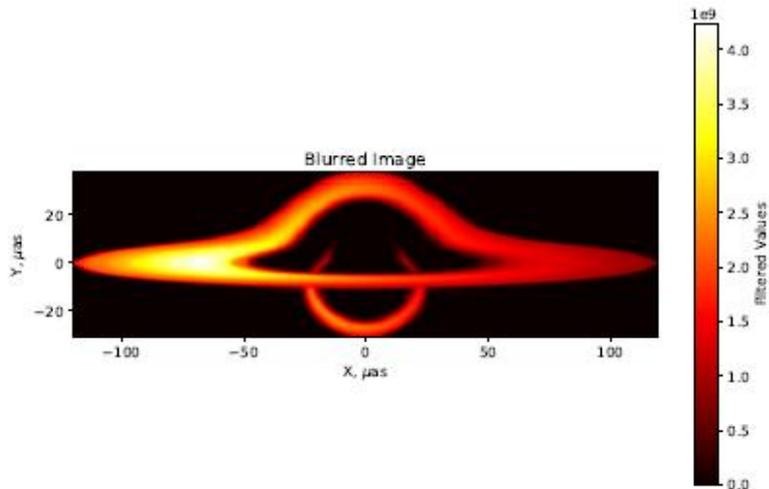
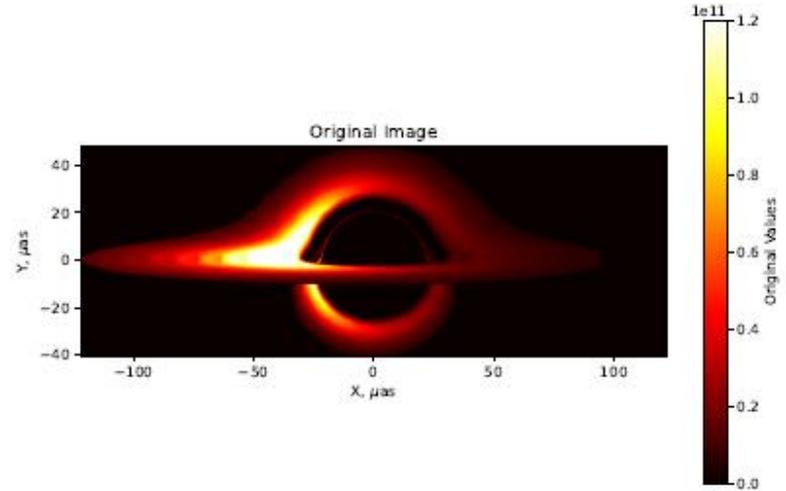
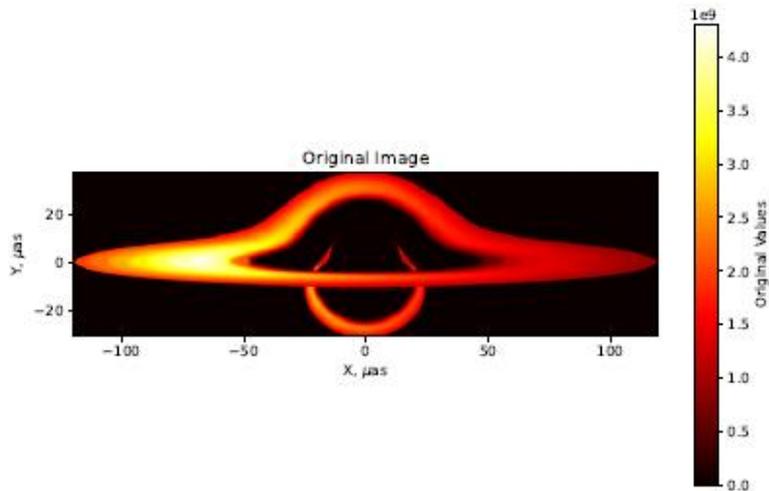
ОТО



Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 0.5$, $r_{isco} = 11.3r_s$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot \text{yr}^{-1}$
 - Гибридная гравитация

ОТО

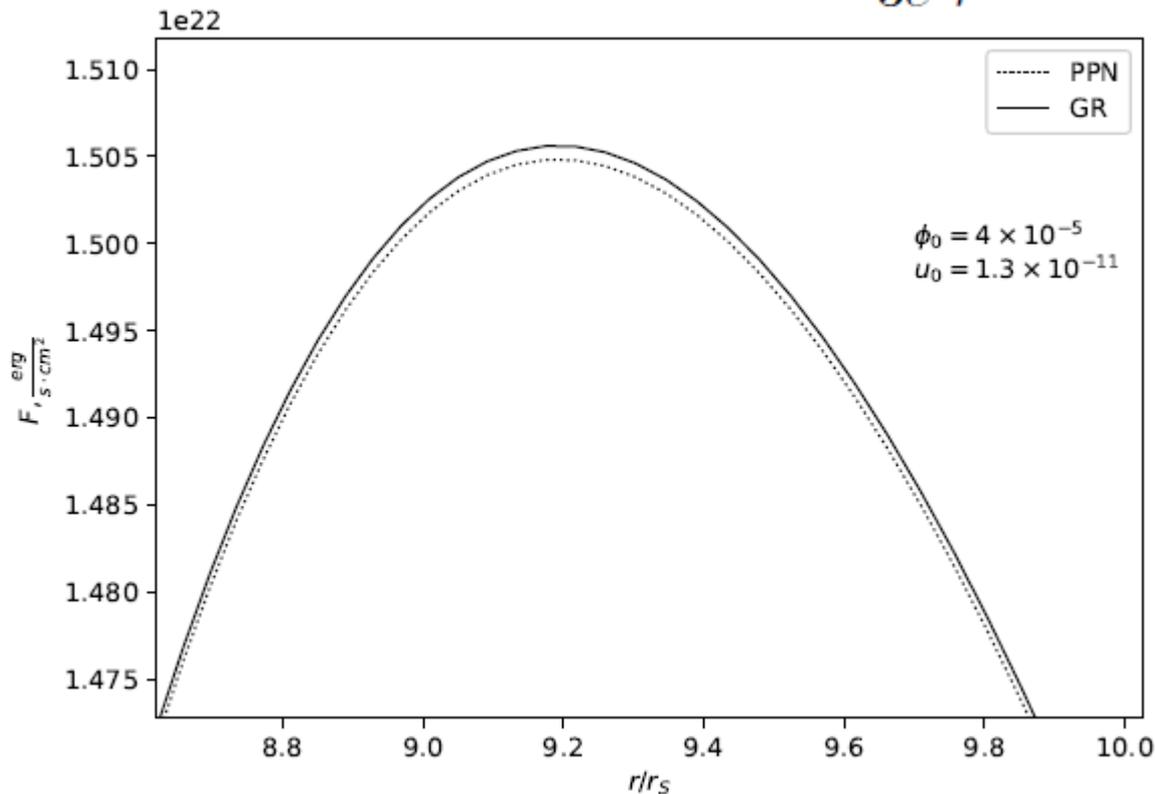


Плотность потока энергии

- Случай с нулевым потенциалом.

- Связь между параметрами:

$$u_0 = \frac{2GM\phi_0}{3c^2r^2}$$

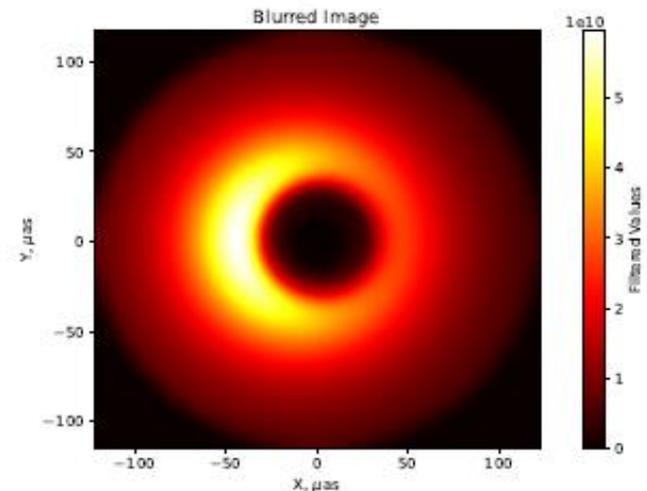
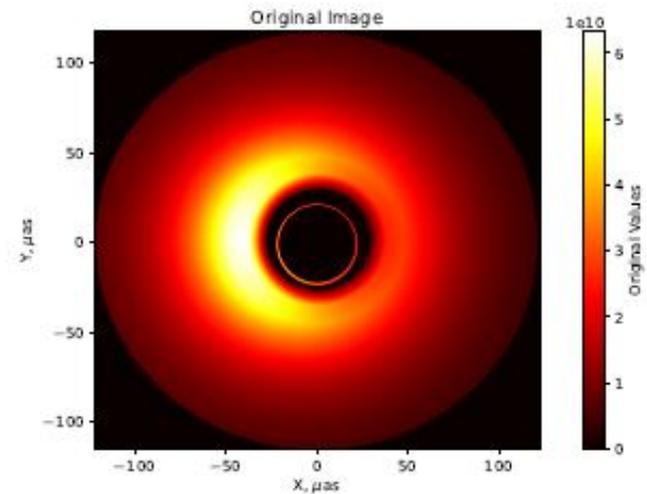
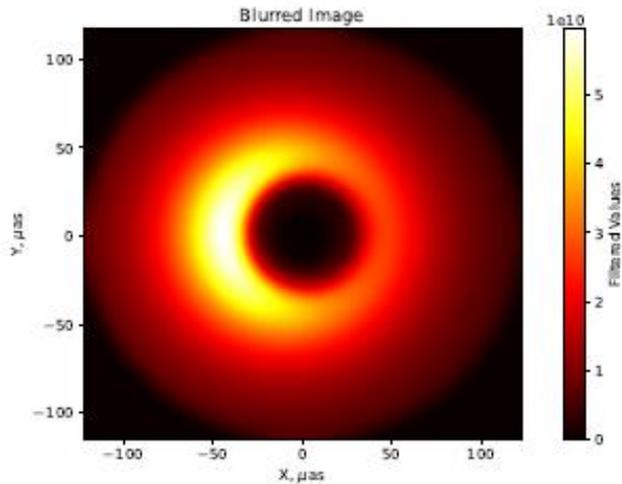
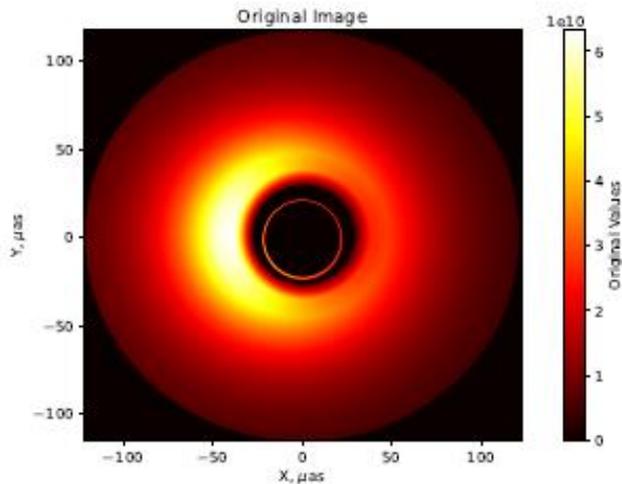


Изображение аккреционного диска

■ Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $r_{isco} = 6r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 17^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$

■ Гибридная гравитация

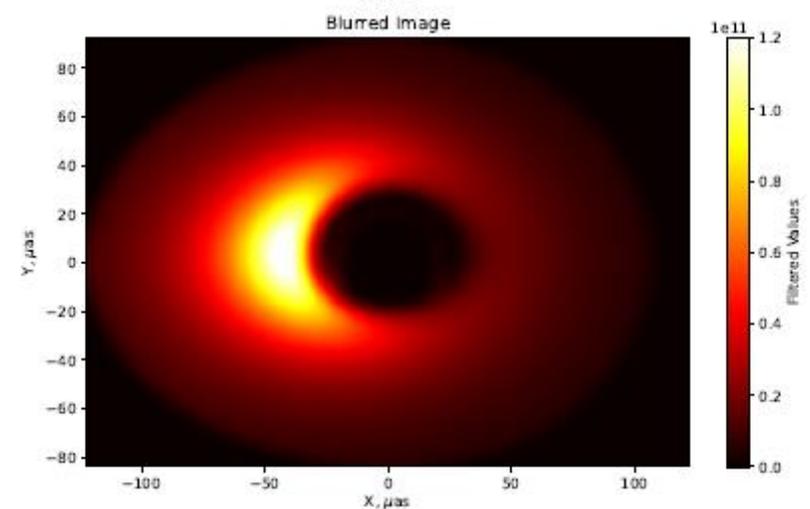
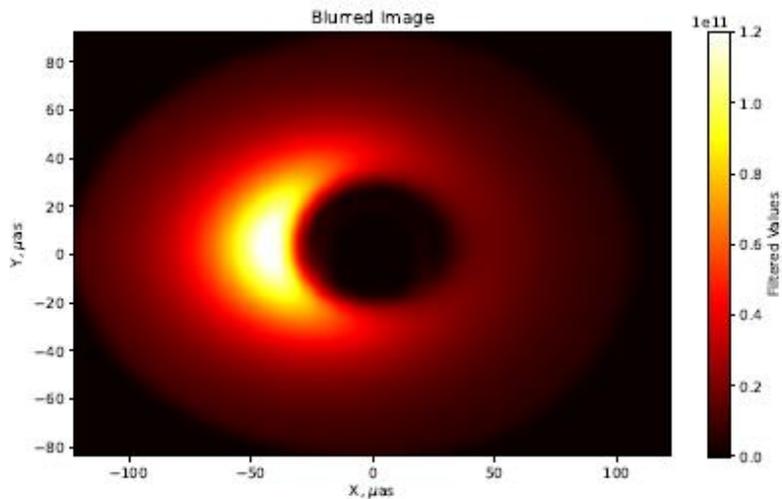
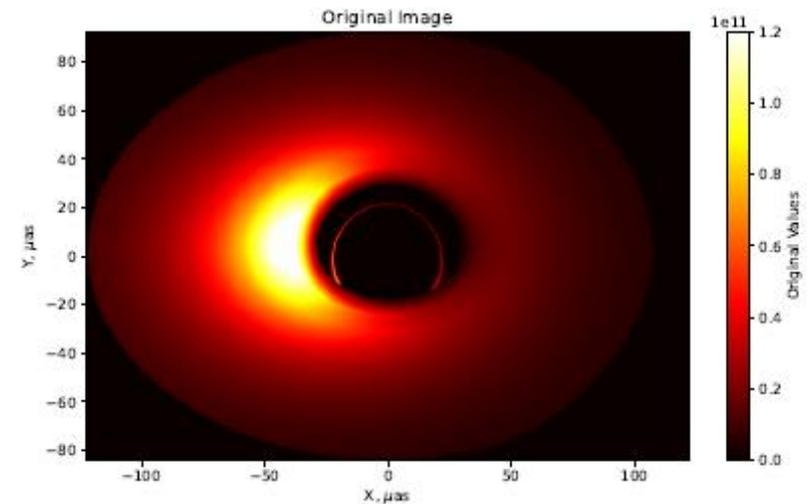
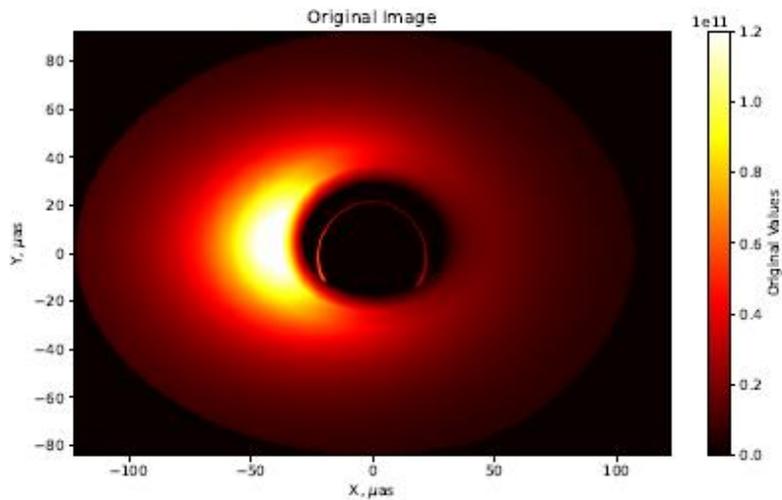
ОТО



Изображение аккреционного диска

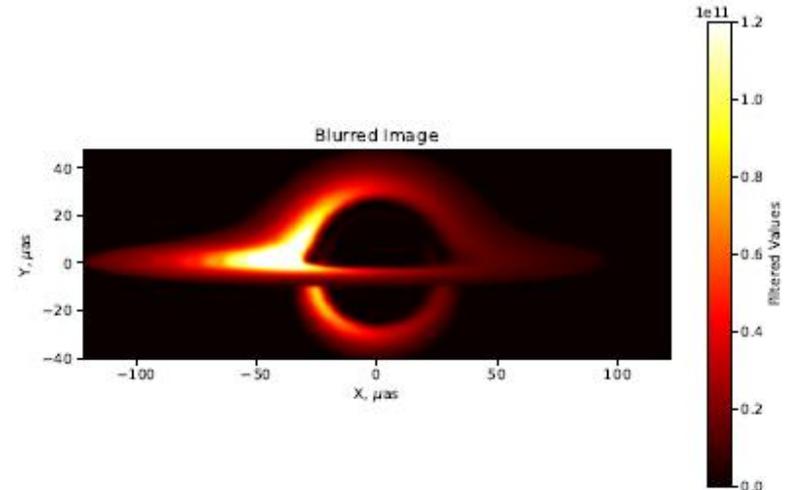
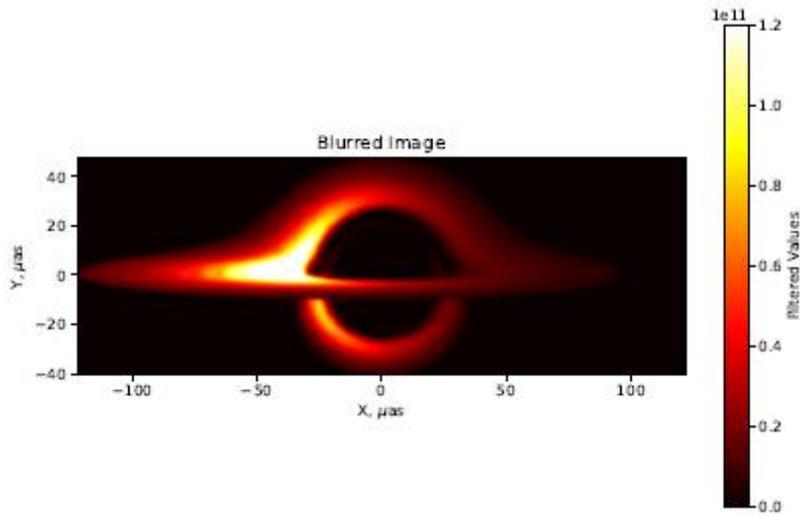
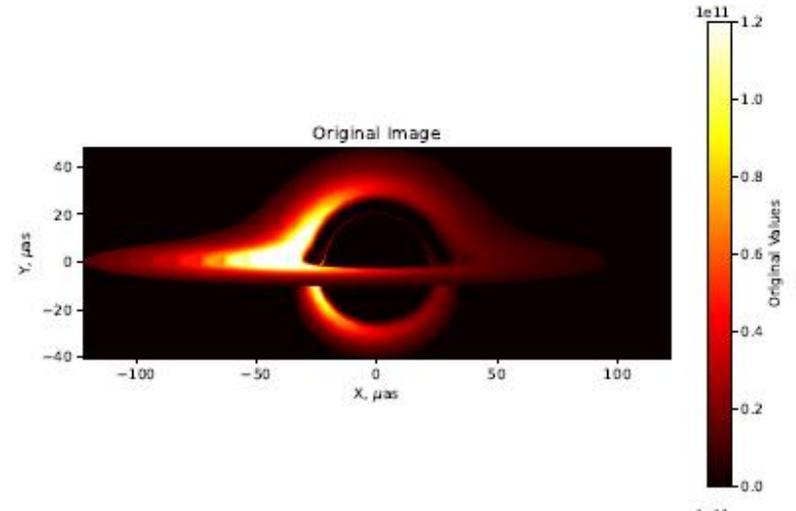
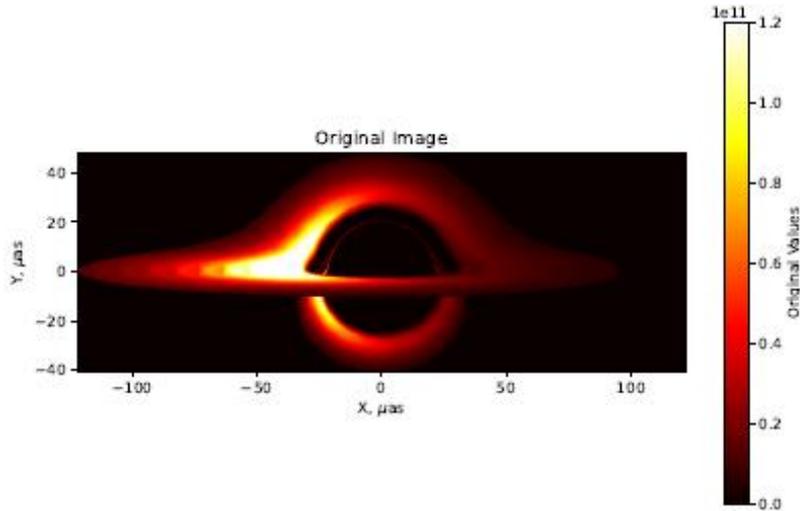
- Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $r_{isco} = 6r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 45^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$
- Гибридная гравитация

ОТО



Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4 \times 10^{-5}$, $r_{isco} = 6r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_{\odot} \cdot \text{yr}^{-1}$
- Гибридная гравитация
- ОТО



Случай с потенциалом

- В этой работе мы рассматриваем потенциал типа Хиггса:

$$V = -\frac{\mu^2}{2}\phi^2 + \frac{\zeta}{4}\phi^4$$

- Введем новые безразмерные константы:

$$\alpha = -\frac{1}{4}\left(\frac{2GnM_{BH}}{c^2}\right)^2\mu^2, \quad \beta = \frac{1}{2}\left(\frac{2GnM_{BH}}{c^2}\right)^2\zeta^2.$$

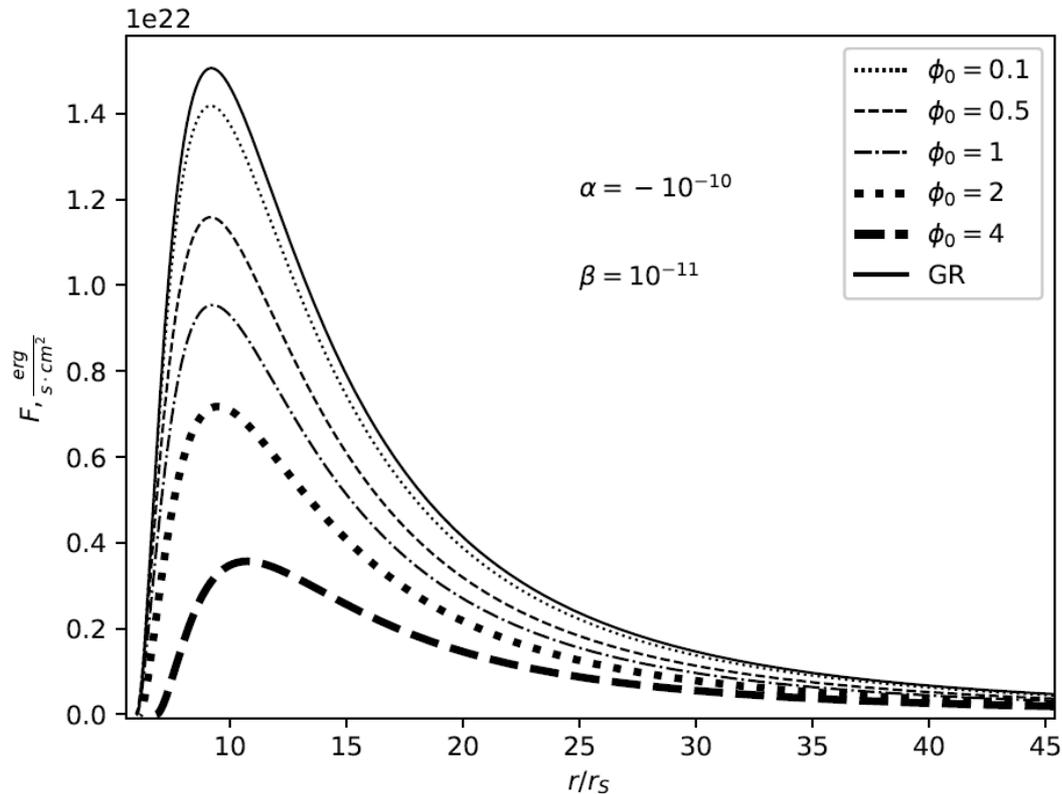
$$v(\phi) = \alpha\phi^2 + \beta\phi^4,$$



Плотность потока энергии

- Случай с потенциалом: $v(\phi) = \alpha\phi^2 + \beta\phi^4$

- Связь между параметрами $u_0 = -\frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r} m_\phi}{3c^2 r} - \frac{2GM\phi_0 e^{-m_\phi r}}{3c^2 r^2}$.

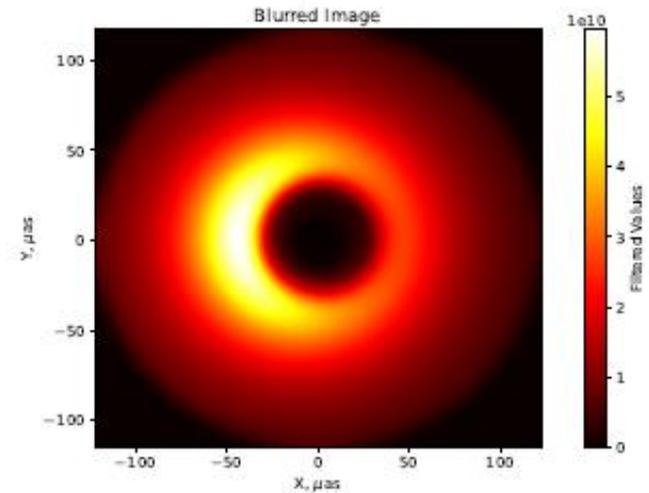
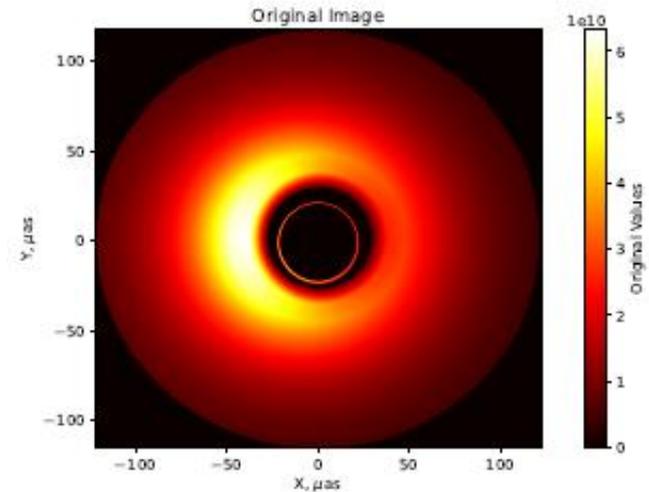
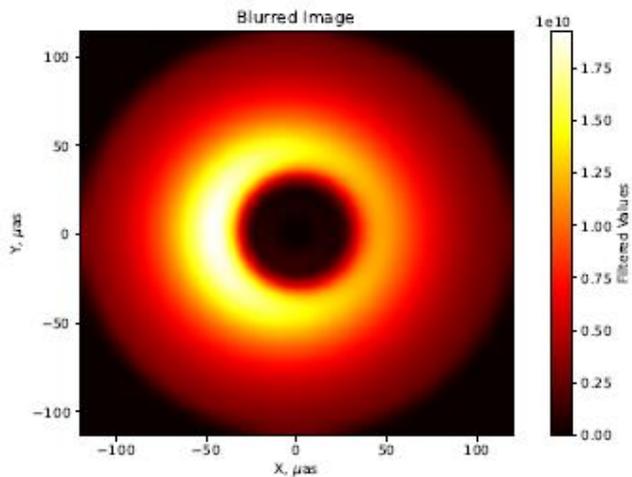
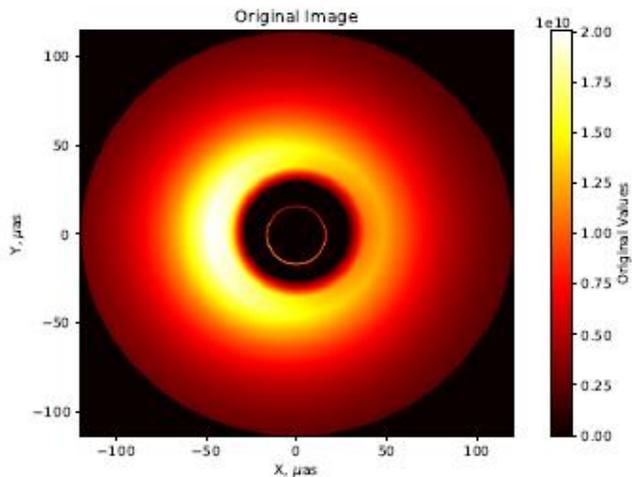


Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4$, $r_{isco} = 6.82r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 17^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$

- Гибридная гравитация

ОТО

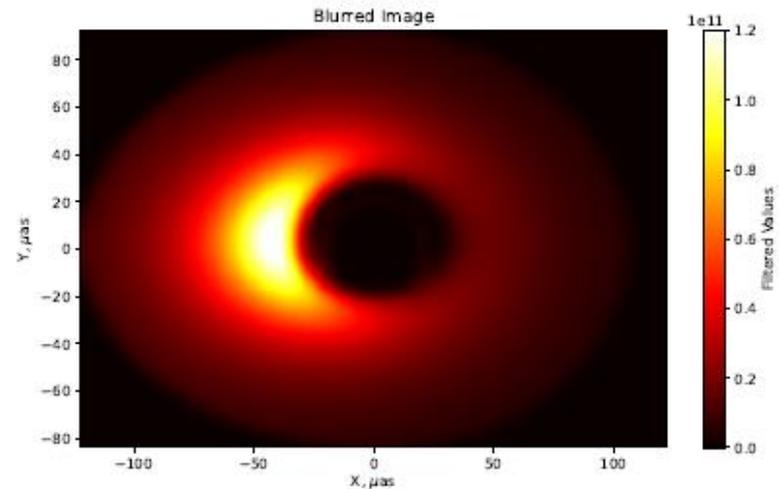
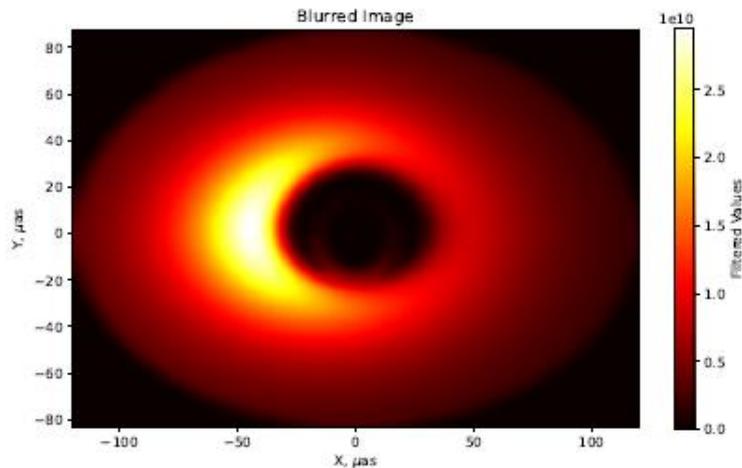
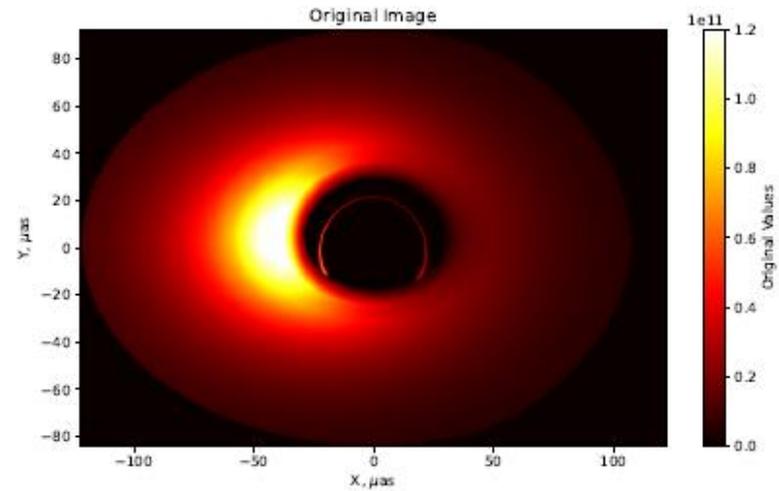
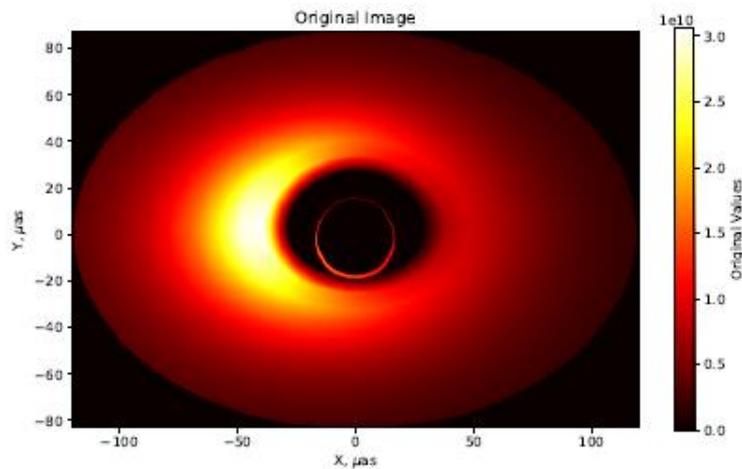


Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4$, $r_{isco} = 6.82r_S$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_{\odot}$, $i = 45^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$

- Гибридная гравитация

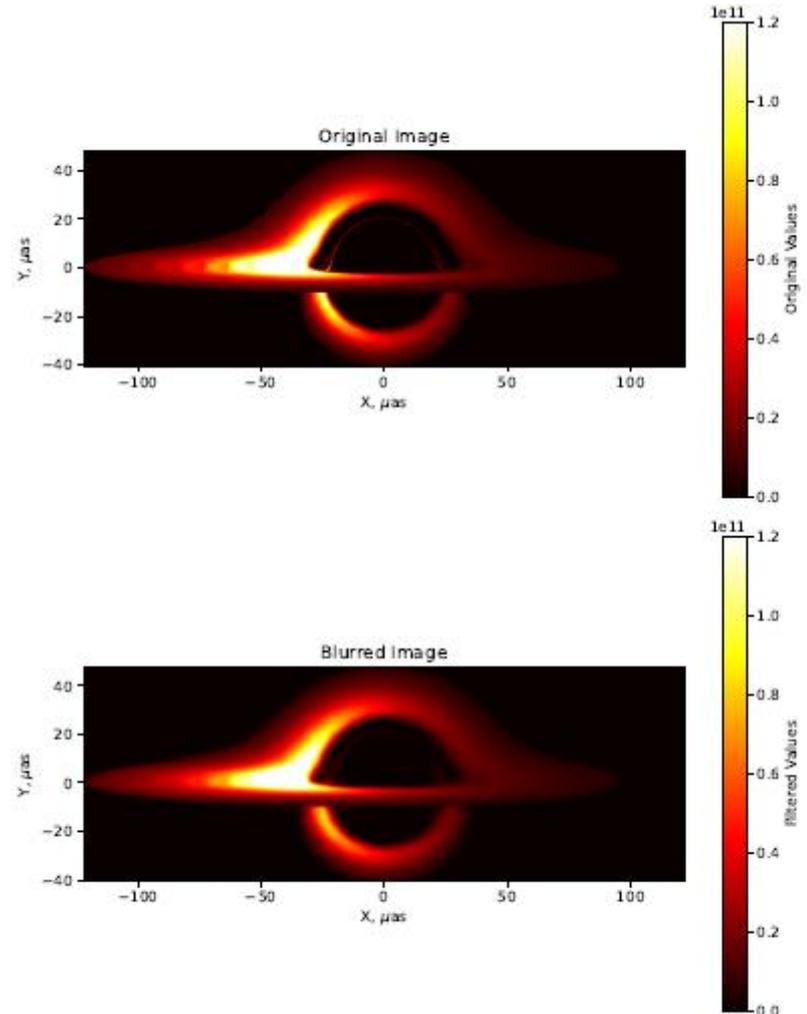
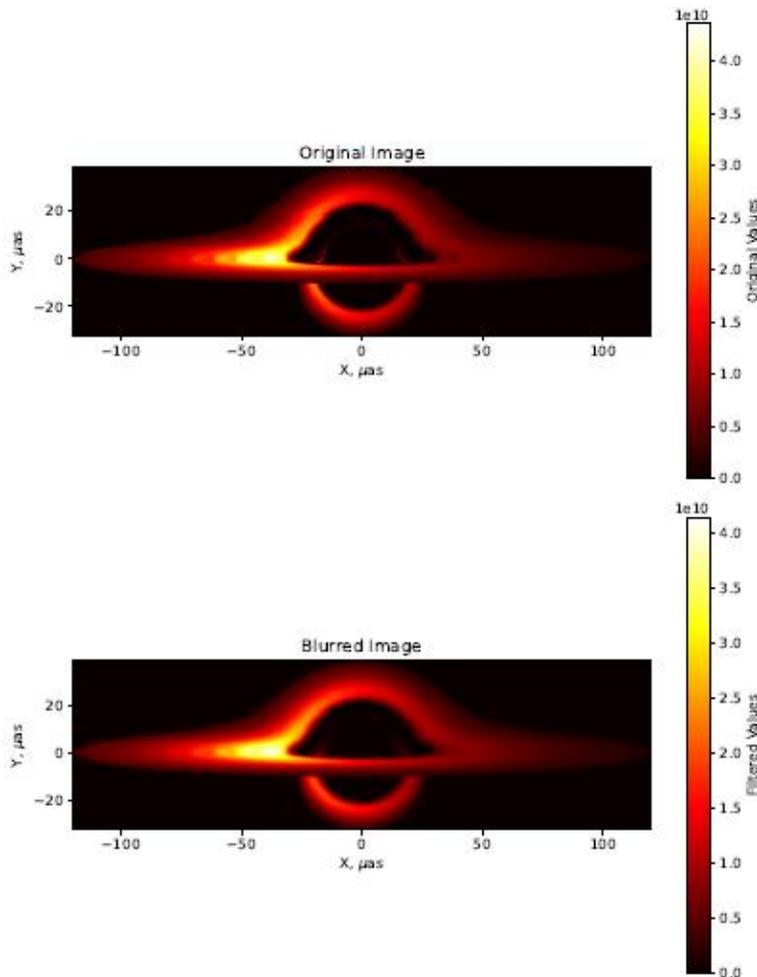
ОТО



Изображение аккреционного диска

- Случай с $\phi_0 = 4$, $r_{isco} = 6.82r_s$, $M_{BH} = 6.5 \times 10^9 M_\odot$, $i = 85^\circ$, $\dot{M} = 0.1 M_\odot \cdot yr^{-1}$
- Гибридная гравитация

ОТО



Выводы

- Изображения в гибридной метрической-Палатини гравитации отличаются от ОТО по форме и яркости вторичного изображения при экстремальных значениях параметров
- Полученные результаты подтверждают совместимость теории с существующими астрономическими ограничениями
- Проверка гибридной метрической-Палатини гравитации — перспективная задача для «Миллимитрона» благодаря его высокому угловому разрешению



Спасибо за внимание!



Scalar-tensor representation

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(\mathcal{R})] + S_m ,$$



$$f_A \equiv df/dA.$$

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(A) + f_A(\mathcal{R} - A)] + S_m ,$$



$$\phi \equiv f_A, \quad \tilde{V}(\phi) = Af_A - f(A)$$

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + \phi\mathcal{R} - V(\phi)] + S_m .$$

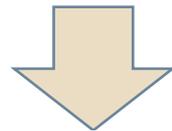


Scalar-tensor representation

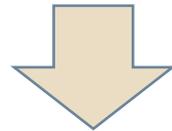
$$R_{\mu\nu} + \phi \mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} (R + \phi \mathcal{R} - V) g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} ,$$

$$\mathcal{R} - V_\phi = 0 ,$$

$$\hat{\nabla}_\alpha (\sqrt{-g} \phi g^{\mu\nu}) = 0 ,$$


$$t_{\mu\nu} = \phi g_{\mu\nu} .$$

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + \frac{3}{2\phi^2} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{\phi} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu \phi + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \square \phi \right)$$



$$S = \int \frac{d^4x \sqrt{-g}}{2\kappa^2} \left[(1 + \phi) R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m .$$



Реальная картина сверхмассивной черной дыры M87

- Диаметр кольца = $42 \pm 3 \mu\text{as}$

- $M_{stars} = 6.2_{-0.6}^{+1.1} \cdot 10^9 M_{\odot}$
- $M_{gas} = 3.5_{-0.3}^{+0.9} \cdot 10^9 M_{\odot}$
- $M_{combined} = 6.5 \pm 0.7 \cdot 10^9 M_{\odot}$

