

ОТДЕЛЕНИЕ μ ИСКАЖЕНИЙ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

ОТ ФОНОВ С ПЛОХО ОПРЕДЕЛЁННЫМИ ФОРМАМИ СПЕКТРА:

ПРИОРИТЕТНАЯ ЗАДАЧА КОСМИЧЕСКОЙ
ОБСЕРВАТОРИИ «МИЛЛИМЕТРОН»

АРТЕМ МИХАЛЬЧЕНКО, АКЦ ФИАН
14.04.2025

J.-P. MAILLARD, A. MIHALCHENKO, D. NOVIKOV, A. OSIPOVA, S. PILIPENKO, J. SILK,
PHYS. REV. D 109, 023523 (2024)

D. I. NOVIKOV AND A. O. MIHALCHENKO,
PHYS. REV. D 107, 063506 (2023)

УРАВНЕНИЕ КОМПАНЕЙЦА

$$\nu^2 \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\sigma_T N_e h}{m_e c} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\nu^4 \left(n + n^2 + \frac{k T_e}{h} \frac{\partial n}{\partial \nu} \right) \right],$$

Two different asymptotics

1. If $t \gg \frac{m_e c}{\sigma_T N_e h}$ and $T_e > T$ for $t = 0$ then

$$n(\nu, t) = \left(e^{\frac{h\nu}{kT_e} + \mu} - 1 \right)^{-1}, \quad \mu \neq 0$$

$\Downarrow$

μ -distortion

2. If $t \ll \frac{m_e c}{\sigma_T N_e h}$ and $n(\nu, 0) = \frac{1}{e^x - 1}$, $x = h\nu/kT_r$ then

$$n(\nu, t) - n(\nu, 0) = tk(T_e - T_r) \frac{\sigma_T N_e}{m_e c} \frac{x e^x}{(e^x - 1)^2} \left[x \frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4 \right]$$

$\Downarrow$

y-distortions (or SZ effect)

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ

$$I_{\mu}(\nu) = I_0 \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{x} \right) \mu$$

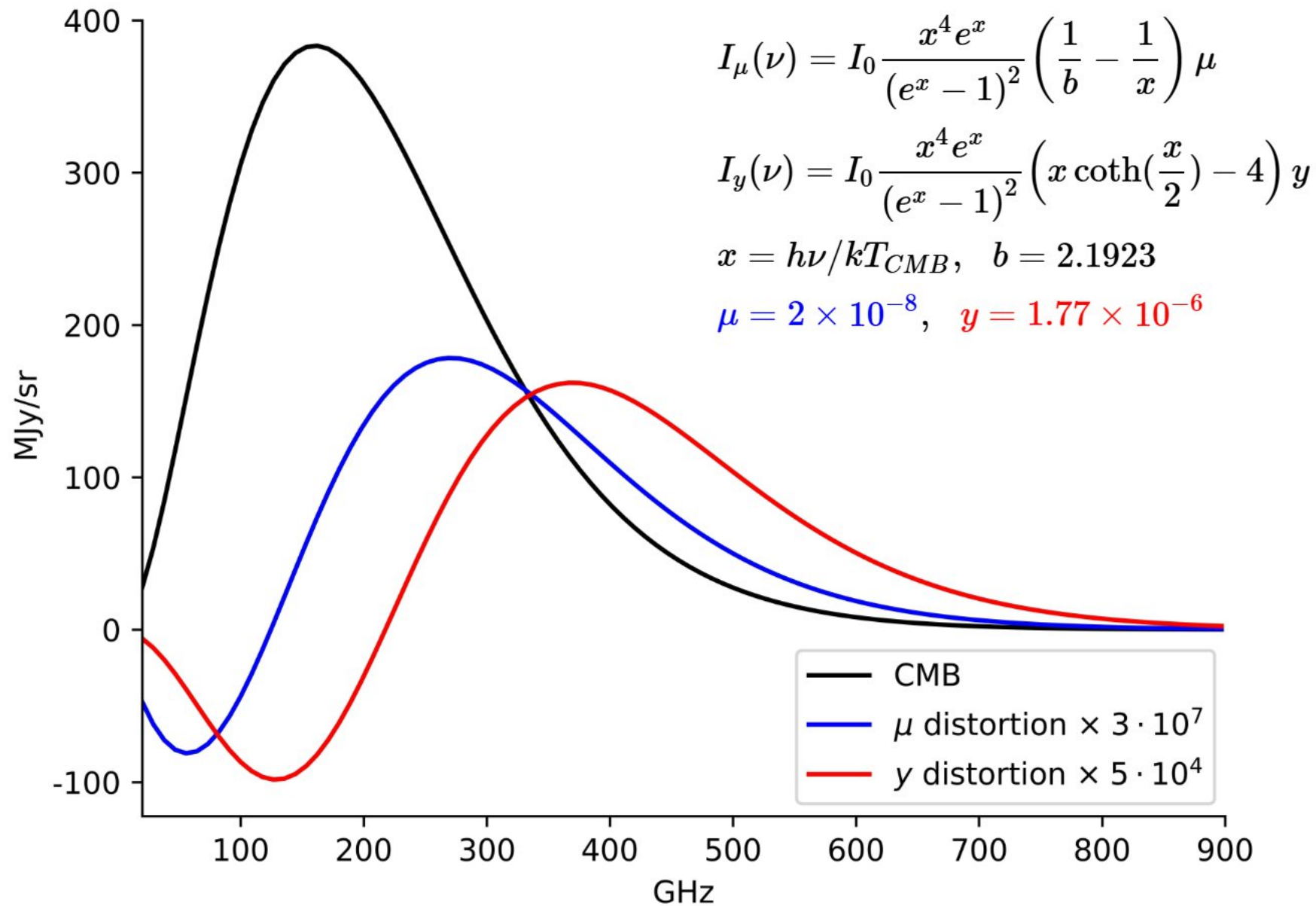
$$I_y(\nu) = I_0 \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \left(x \coth\left(\frac{x}{2}\right) - 4 \right) y$$

$$x = h\nu/kT_{CMB},$$

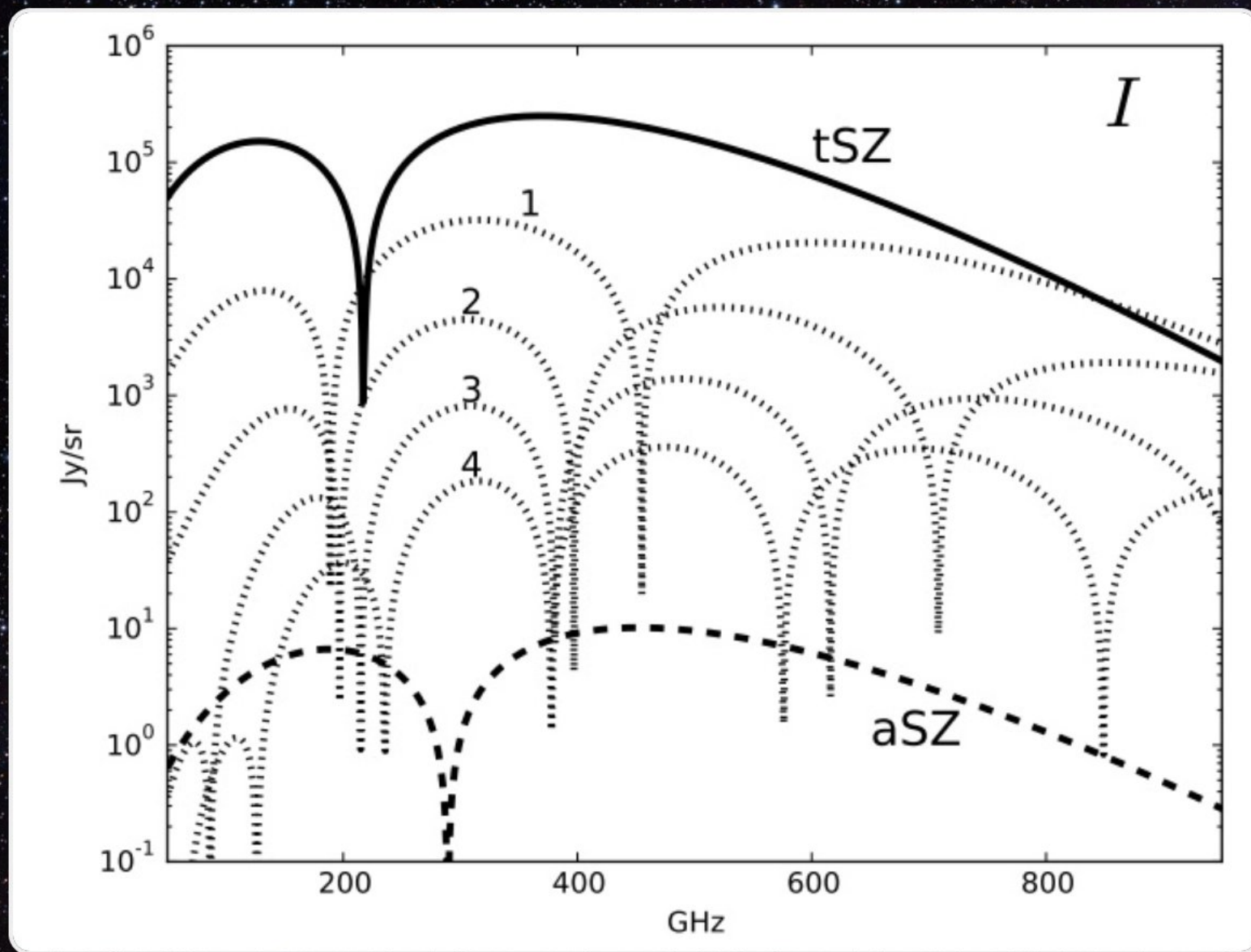
$$\mu = 2 \times 10^{-8}, \quad y = 1.77 \times 10^{-6}, \quad b = 2.1923$$

[M. H. Abitbol et al., Mon. Not. R. Astron. Soc 471, 1126 (2017)]

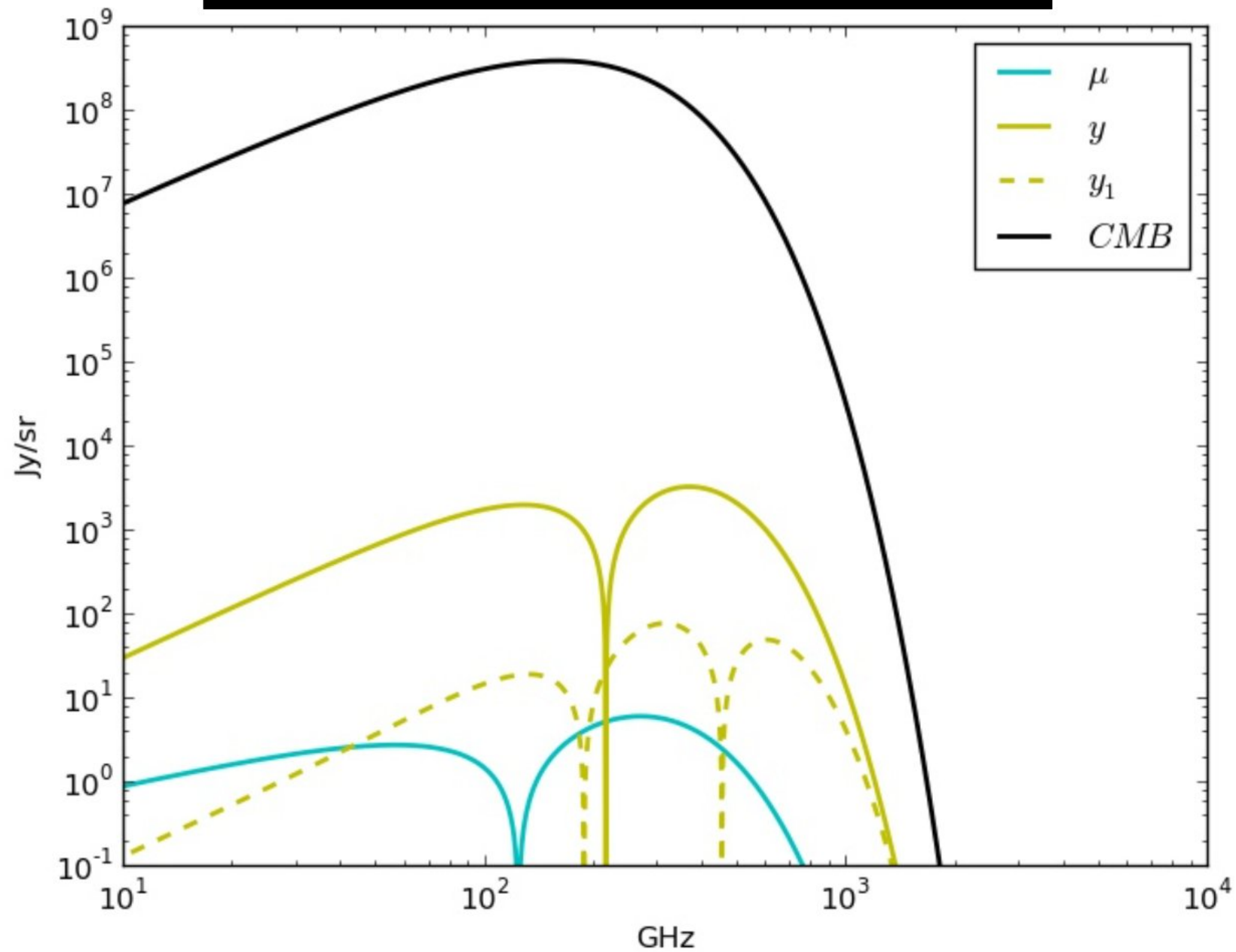
СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИСКАЖЕНИЯ



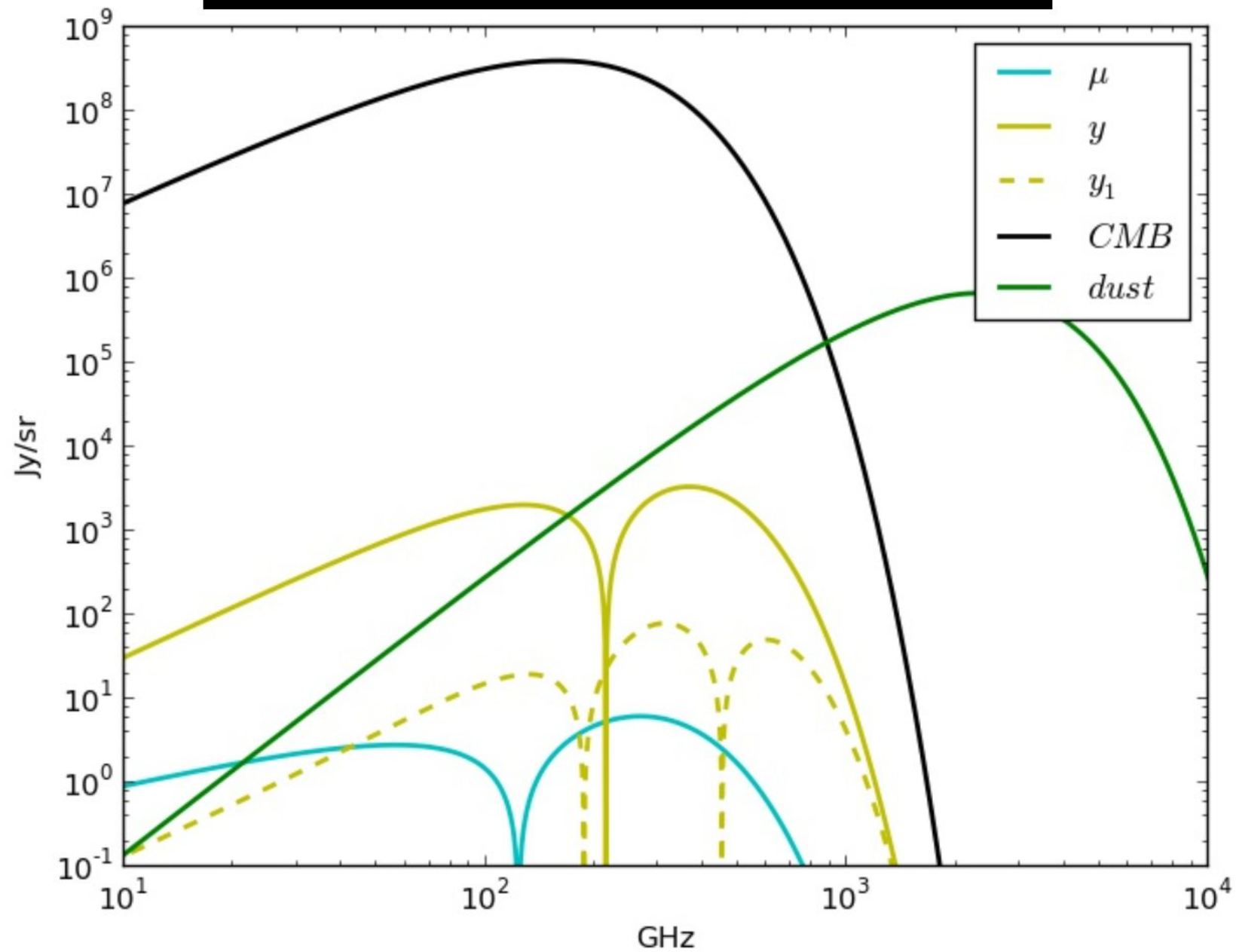
АНИЗОТРОПНЫЙ ЭФФЕКТ СЗ + ПОПРАВКИ



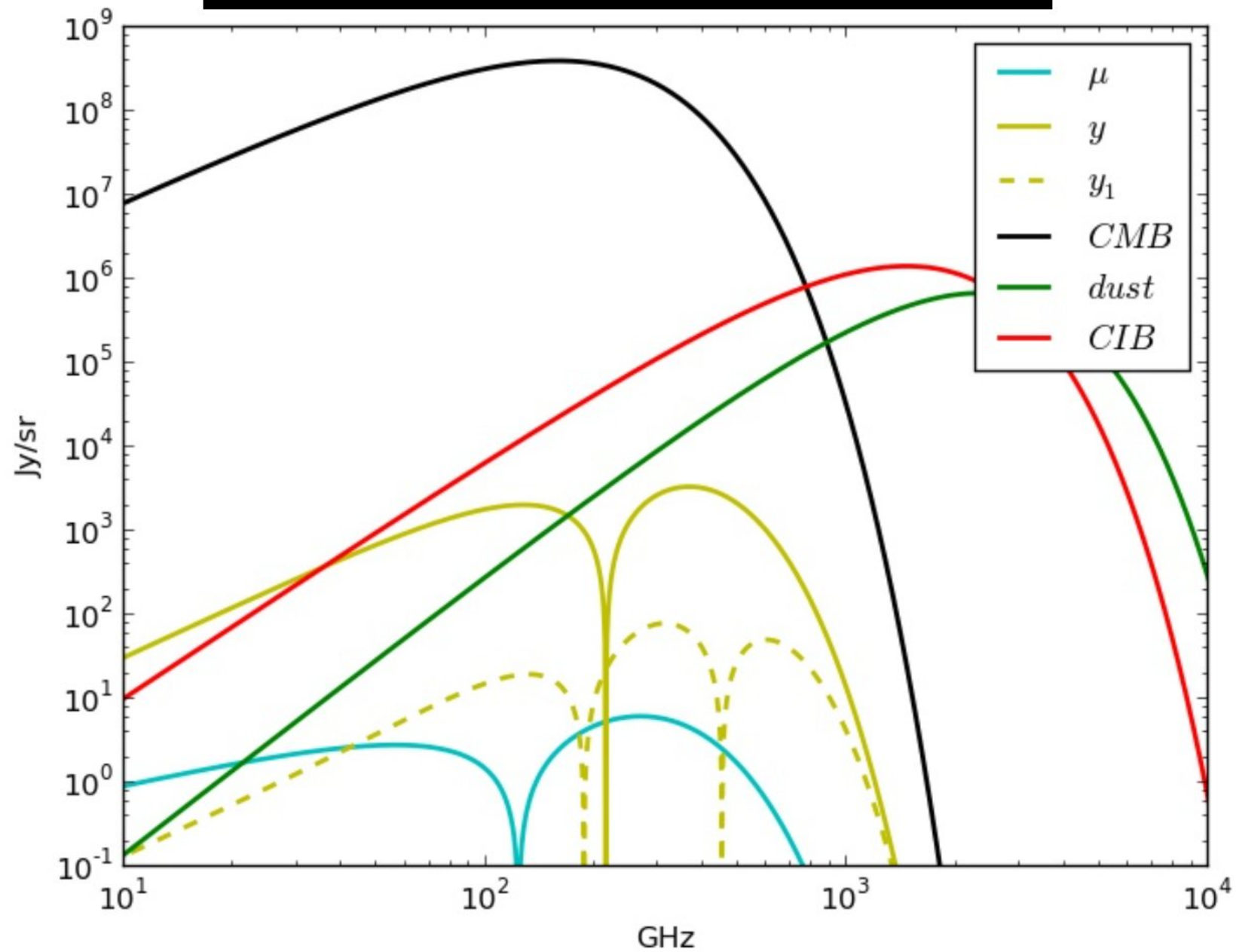
ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



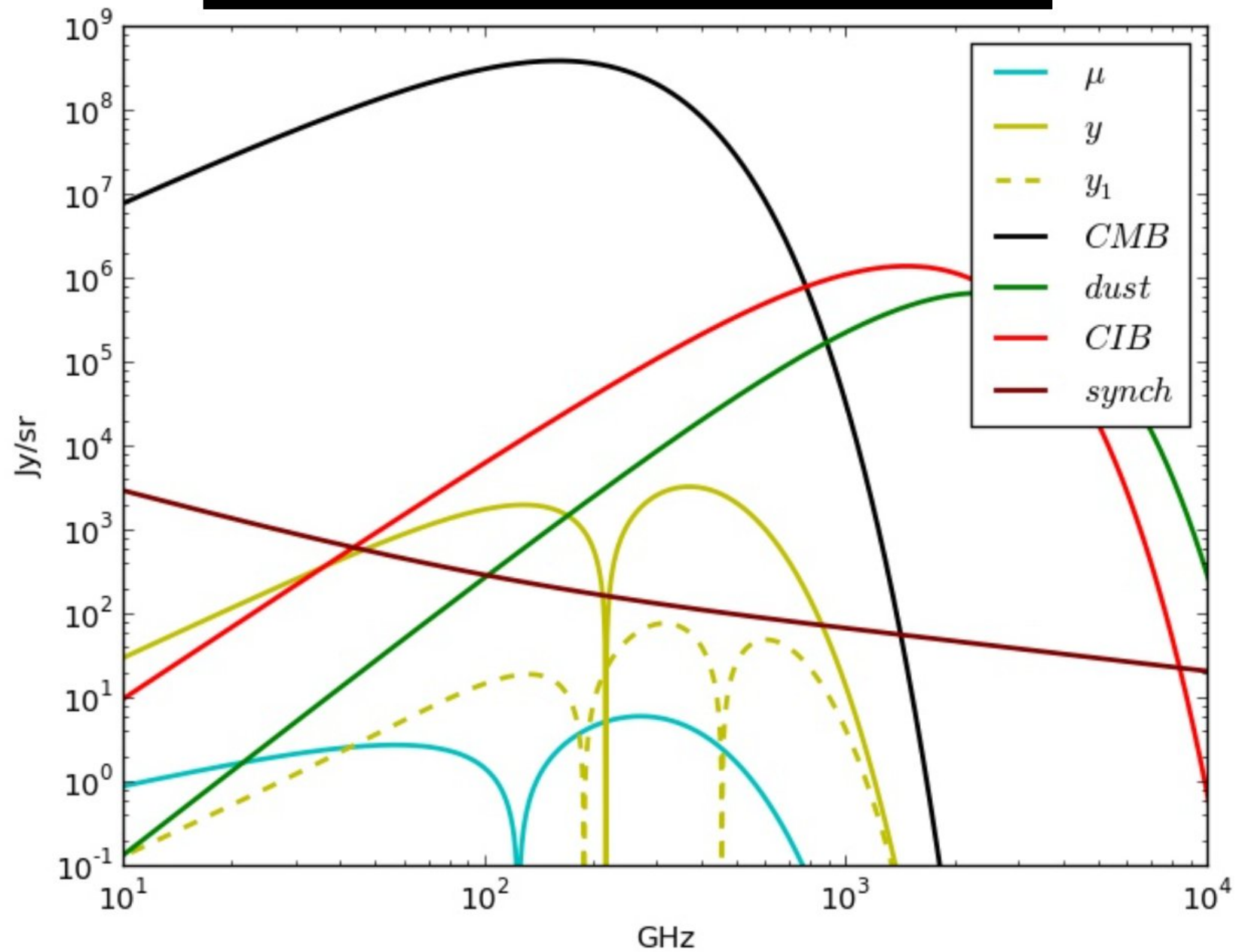
ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



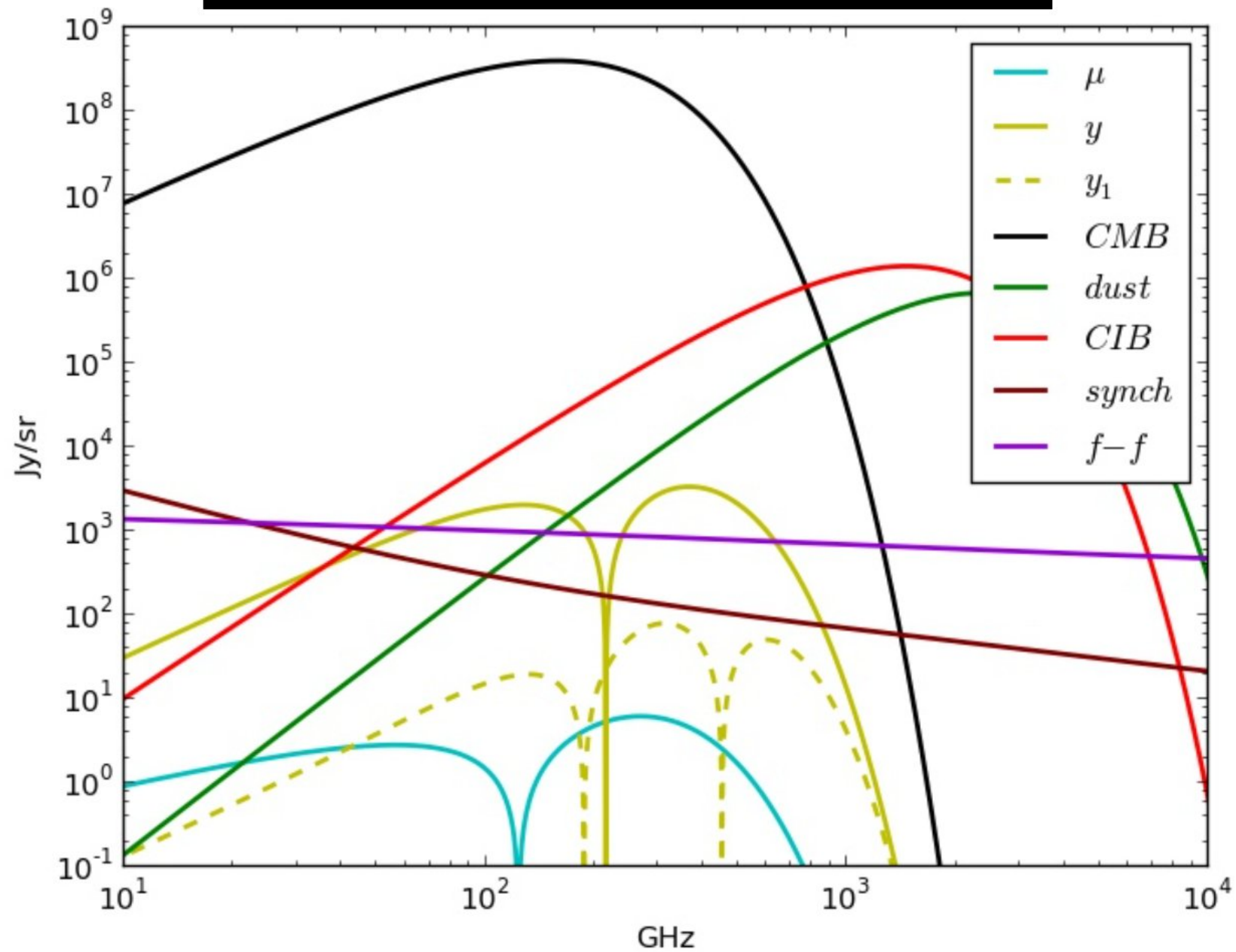
ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



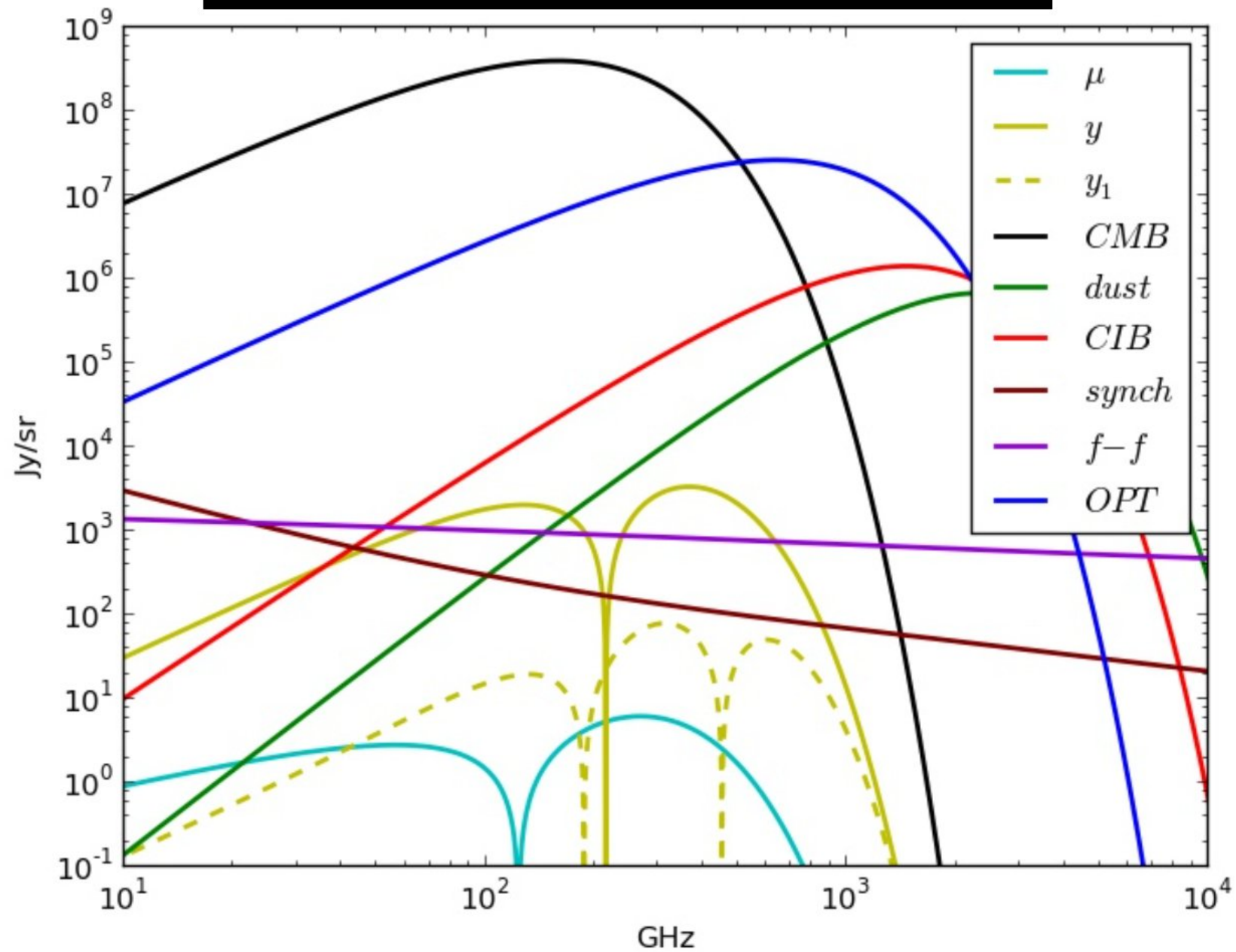
ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



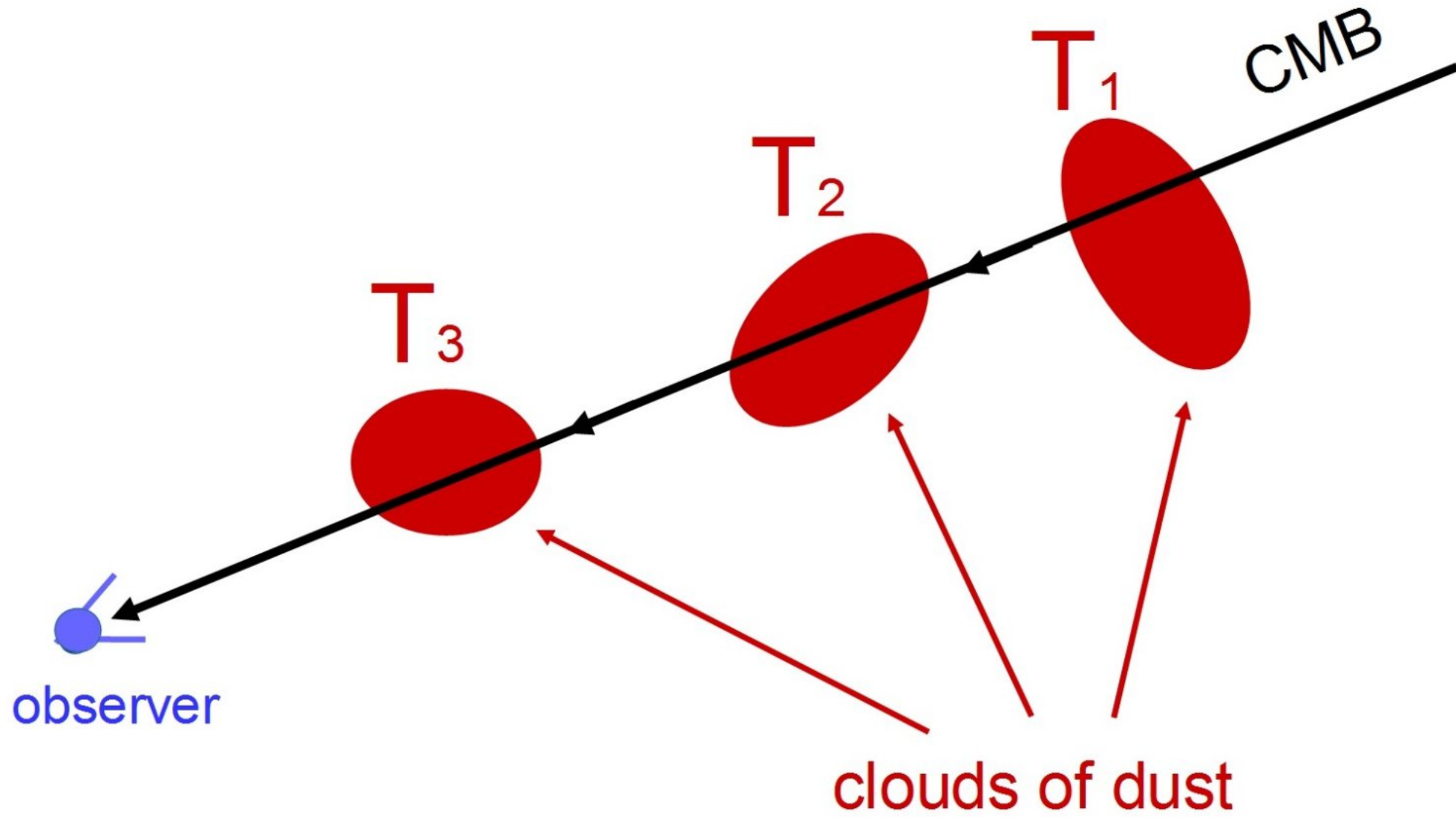
ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



ИСКАЖЕНИЯ ОЧЕНЬ МАЛЫ



ПЫЛЬ



INTERNAL LINEAR COMBINATION (ILC)

$$S(\nu) = a_d I_d(\nu) + \sum_{m=1}^M I_m(\nu) \rightarrow \mathbf{S} = a_d \mathbf{I}_d + \mathbf{F} + \mathbf{N}$$

$$\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_J) : \quad \boldsymbol{\omega} \mathbf{S}^T = \sum_{j=1}^J \omega_j S_j \rightarrow a_d \quad \text{for} \quad C_{ij} \rightarrow 0, \quad i, j = 1, \dots, J.$$

1. $\boldsymbol{\omega} \mathbf{I}_d^T = 1,$
2. $\partial(\boldsymbol{\omega} \mathbf{C} \boldsymbol{\omega}^T) / \partial \boldsymbol{\omega} = 0,$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}_d \mathbf{C}^{-1} \cdot (\mathbf{I}_d \mathbf{C}^{-1} \mathbf{I}_d^T)^{-1}$$

[G. B. Rybicki and W. H. Press, *Astrophys. J* 398, 169 (1992)]

MOMENTS ILC (MILC)

$$f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \approx f_m(\nu_j, \mathbf{P}_0) + \sum_{n_1, \dots, n_L} \left[\frac{\partial^{n_1 + \dots + n_L}}{\partial P_1^{n_1} \dots \partial P_L^{n_L}} f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}_0} \Delta P_1^{n_1} \dots \Delta P_L^{n_L}$$

1. $\boldsymbol{\omega} \mathbf{I}_d^T = 1,$
2. $\sum_j \omega_j \frac{\partial^{n_1 + \dots + n_L}}{\partial P_1^{n_1} \dots \partial P_L^{n_L}} f_m(\nu_j, \mathbf{P})|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}_0} = 0,$
 $m = 1, \dots, M, \quad 0 \leq n_1 + \dots + n_L \leq n,$
3. $\partial(\boldsymbol{\omega} \mathbf{C} \boldsymbol{\omega}^T) / \partial \boldsymbol{\omega} = 0.$

[V. Stolyarov et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. 357, 145 (2005)]

[J. Chluba et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. 472, 1195 (2017)]

[A. Rotti and J. Chluba, Mon. Not. R. Astron. Soc. 500, 976 (2020)]

LEAST RESPONSE METHOD (1)

$$S_j = a_\mu I_\mu^j + \sum_m I_m^j + N_j, \quad j = 1, \dots, J$$

$$\omega \mathbf{S}^T = R(\mathbf{S}) = a_d R(\mathbf{I}_d) + R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N})$$

$$I_m^j = \int_{\Omega} a_m(\mathbf{P}) f_m(\nu_j, \mathbf{P}) d\mathbf{P},$$

$$d\mathbf{P} = dp_1 dp_2 \dots dp_L$$

$\mathbf{P} = (p_1, \dots, p_L)$ – the set of parameters,

$f_m(\nu_j, \mathbf{P})$ – the foreground spectra,

Ω – the region of possible parameter variations,

$a_m(\mathbf{P})$ – the amplitudes of the foregrounds (functions of parameters $\mathbf{P}$)

LEAST RESPONSE METHOD (2)

$$\int_{\Omega} |a_m(\mathbf{P})| d\mathbf{P} < A_m,$$
$$a_m(\mathbf{P}) = 0 \text{ for } \mathbf{P} \notin \Omega.$$

$$\langle R^2(\mathbf{F}) \rangle \leq \left\langle \sum_{m=1}^M M \cdot a_m^2(\mathbf{P}) \left[\sum_{j=1}^J f_m(\nu_j, \mathbf{P}) \cdot \omega_j \right]^2 \right\rangle \leq \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\omega}^T,$$

$$\boldsymbol{\Phi} = M \left[\sum_{m=1}^M A_m^2 q_{ij}^m \right],$$
$$q_{ij}^m = \frac{1}{V_{\Omega}} \int_{\Omega} f_m(\nu_i, \mathbf{P}) f_m(\nu_j, \mathbf{P}) d\mathbf{P}$$

LEAST RESPONSE METHOD (3)

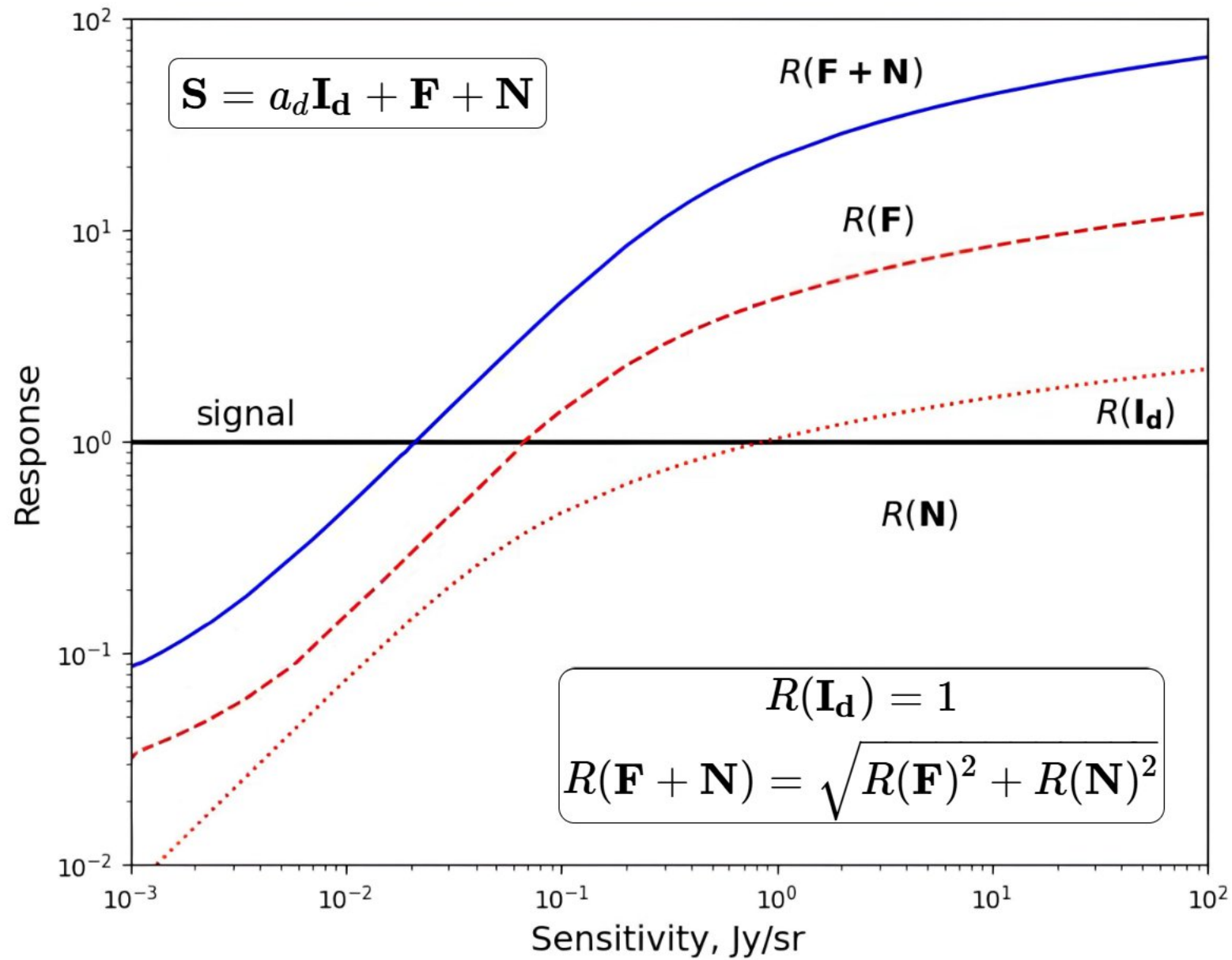
$$\langle (R(\mathbf{F}) + R(\mathbf{N}))^2 \rangle \leq \boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\Phi} + \mathbf{C}] \boldsymbol{\omega}^T$$

$$1. \boldsymbol{\omega} \mathbf{I}_d^T = 1,$$

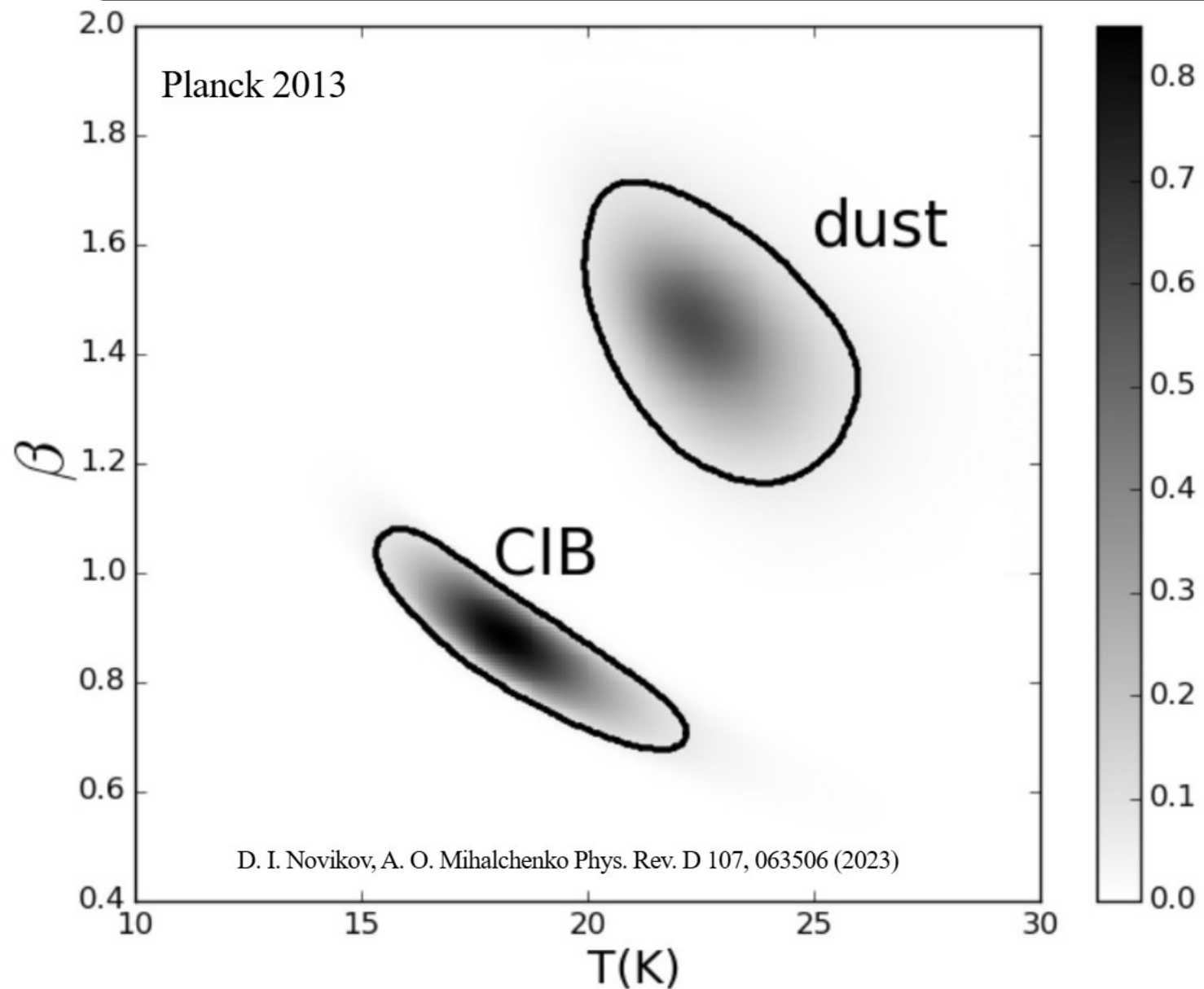
$$2. \partial(\boldsymbol{\omega} [\boldsymbol{\Phi} + \mathbf{C}] \boldsymbol{\omega}^T) / \partial \boldsymbol{\omega} = 0$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}_d [\boldsymbol{\Phi} + \mathbf{C}]^{-1} \cdot \left(\mathbf{I}_d [\boldsymbol{\Phi} + \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{I}_d^T \right)^{-1}$$

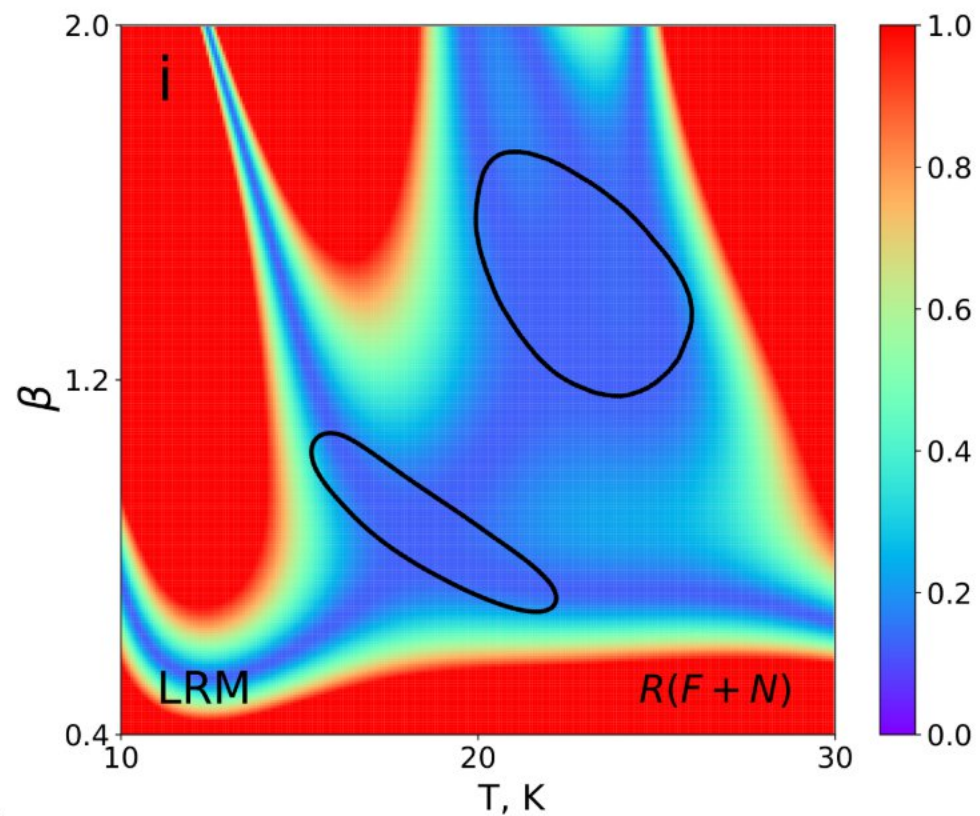
ОТКЛИК



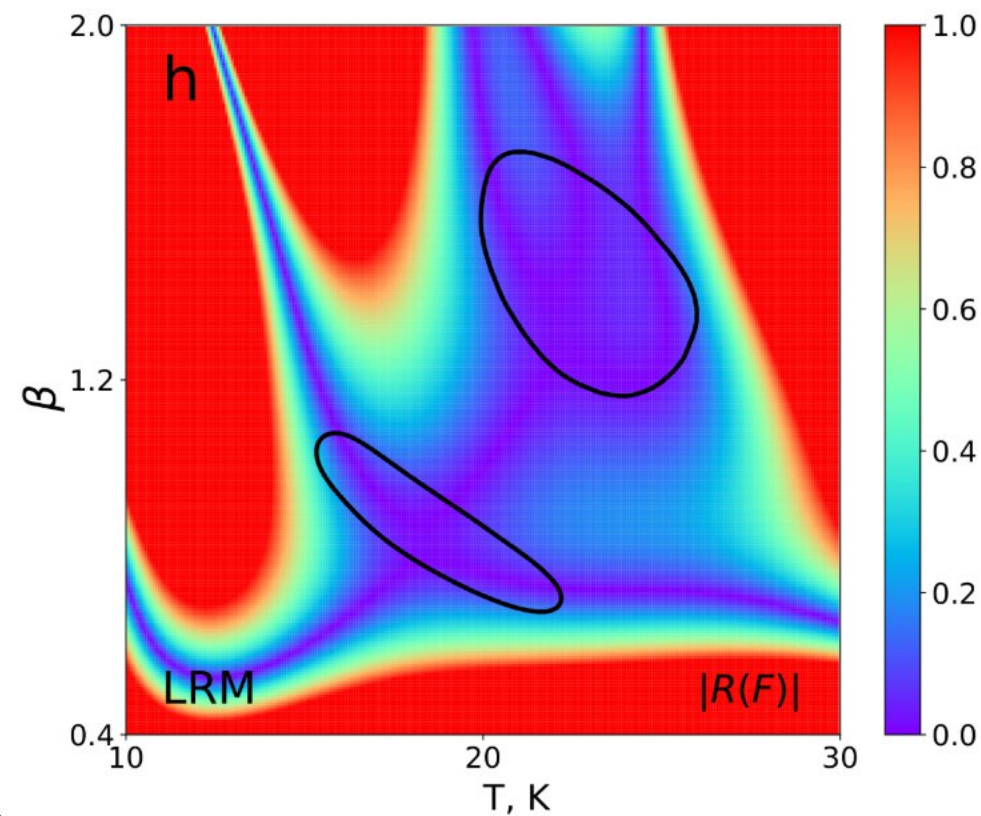
ОБЛАСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ



LRM



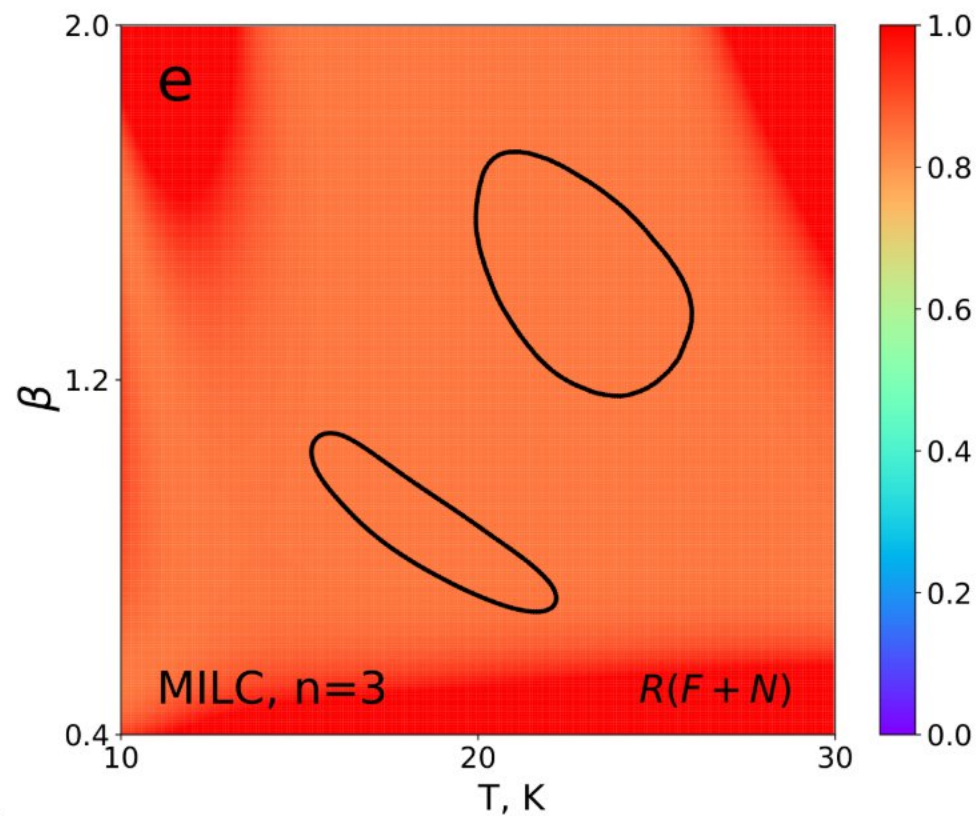
$$\sqrt{R^2(F) + R^2(N)}$$



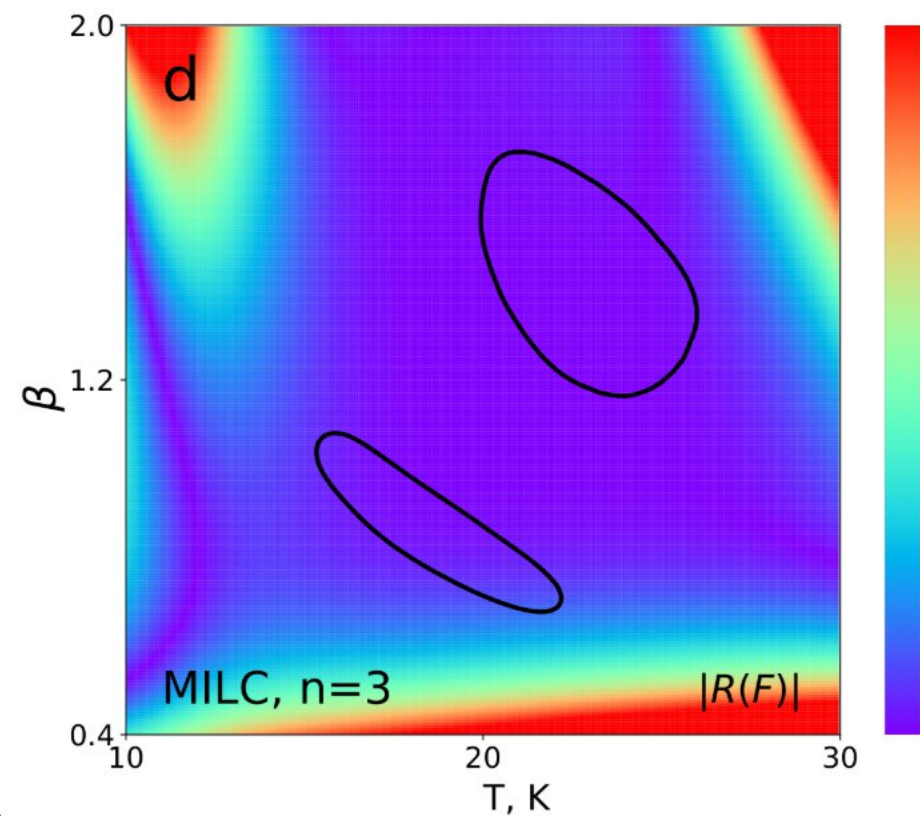
$$|R(F)|$$

Красная область: $|R| > R(I_\mu) = 1$

MILC для $n = 3$



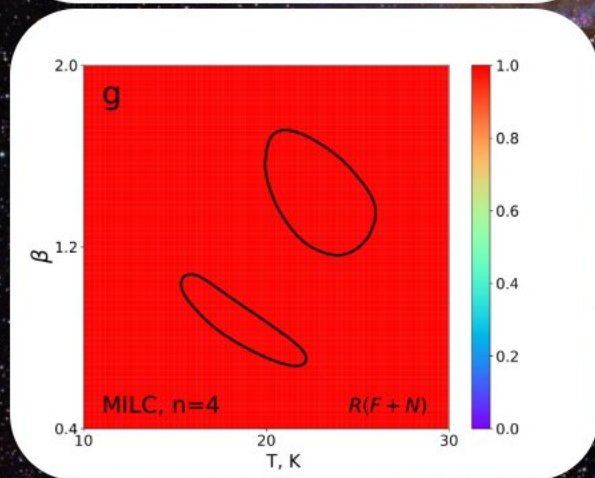
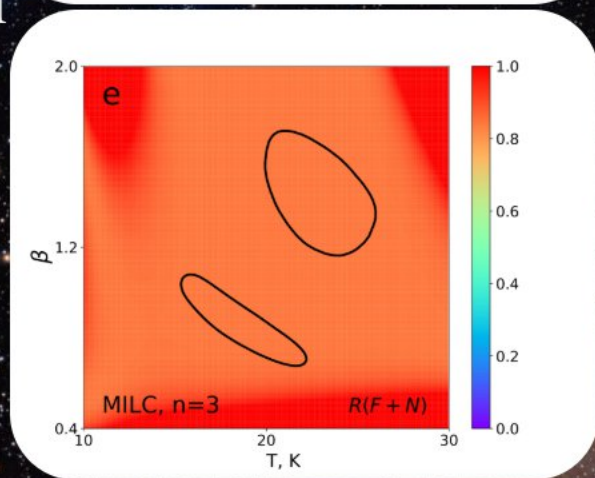
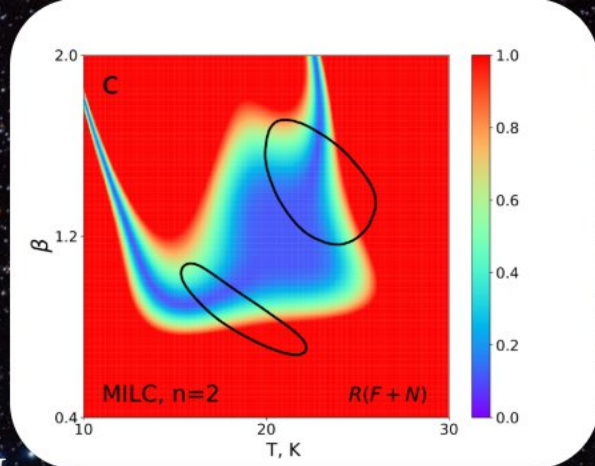
$$\sqrt{R^2(F) + R^2(N)}$$



$$|R(F)|$$

Красная область: $|R| > R(I_\mu) = 1$

Отклик
на фон + шум

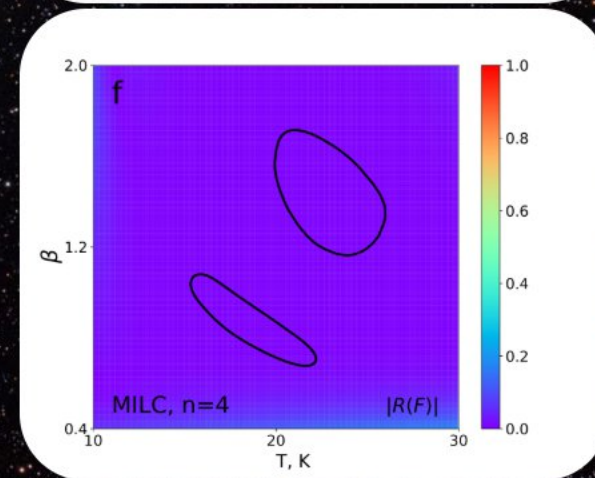
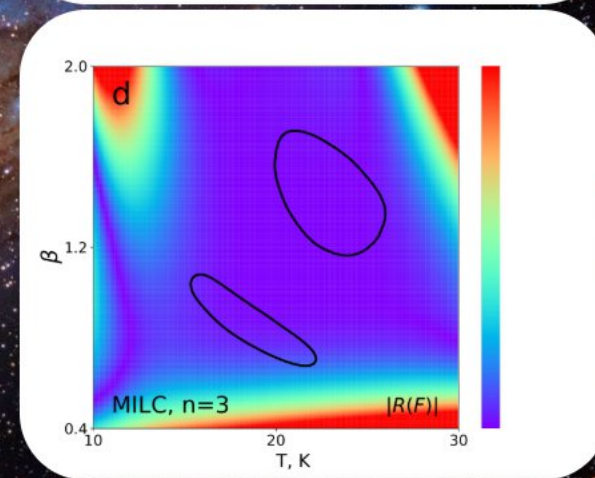
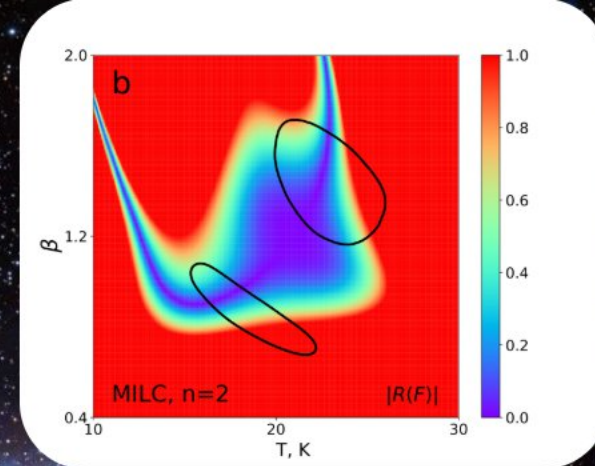


MILC

$n=2$

$n=3$

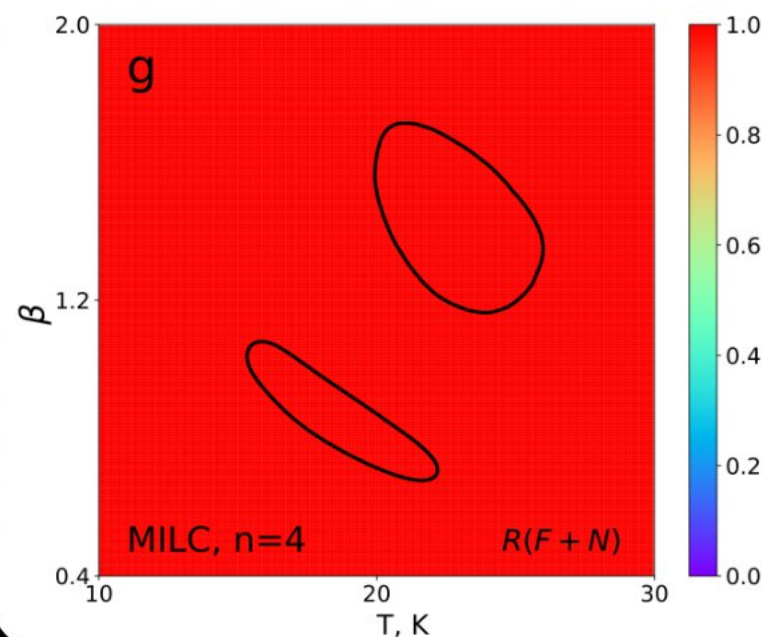
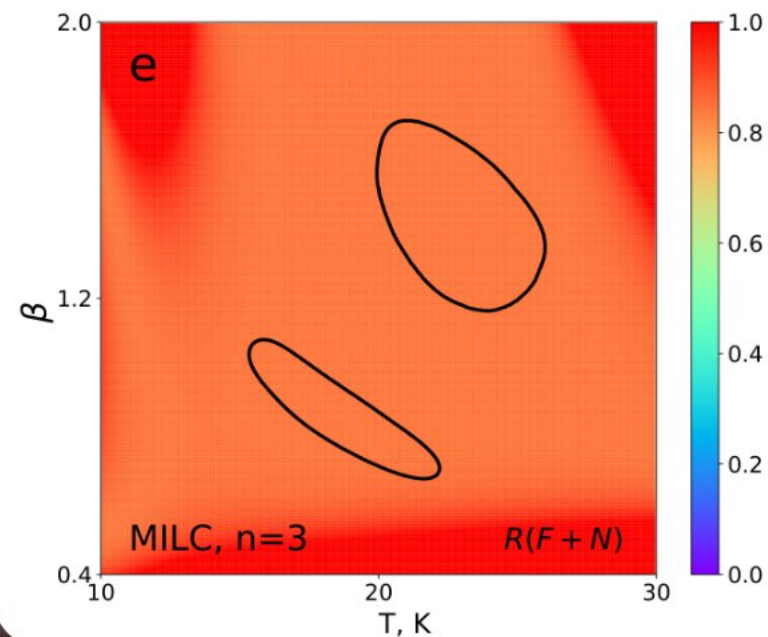
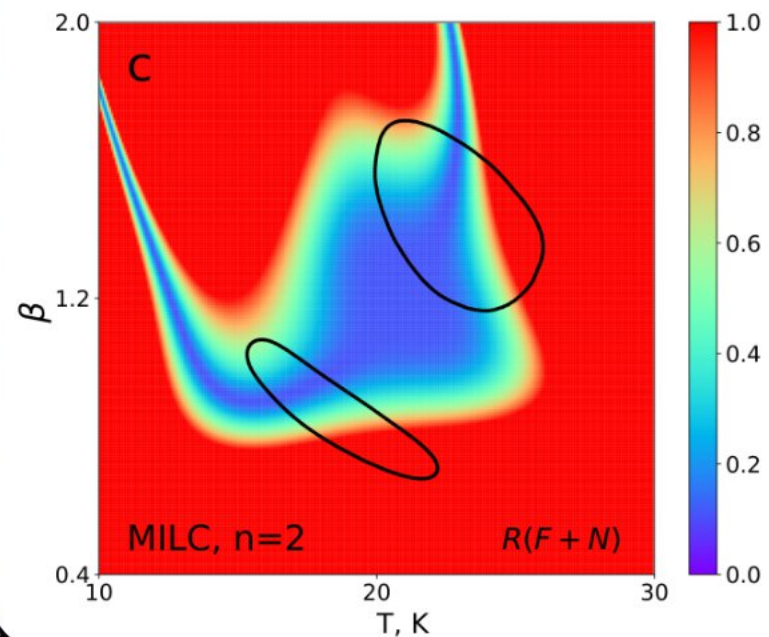
$n=4$



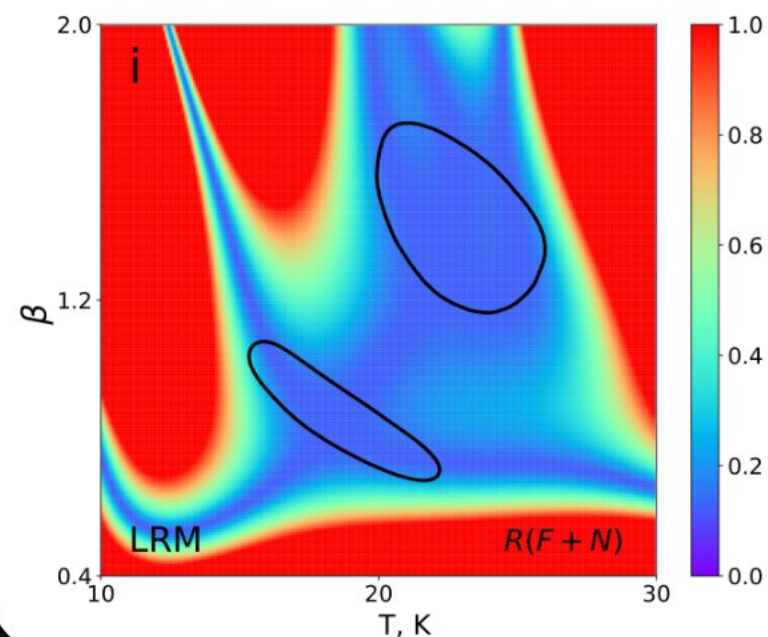
Отклик
на фон

LRM vs MILC

пыль и КИФ



Отклик
на
фон + шум



LRM vs MILC

$$R[I_\mu(\nu)] = 1,$$

$$\int_{\Omega} |a_m(\mathbf{P})| d\mathbf{P} < A_m,$$

$$a_m(\mathbf{P}) = 0 \text{ for } \mathbf{P} \notin \Omega$$

$$\sum_m A_m^2 R^2[f_m(\nu, \mathbf{P})] + R^2[\mathbf{N}] \rightarrow \min$$

Метод наименьшего отклика (LRM)

$$R[I_\mu(\nu)] = 1,$$

$$R[f_m(\nu, \mathbf{P}_0)] = 0, \quad m = 1, \dots, M,$$

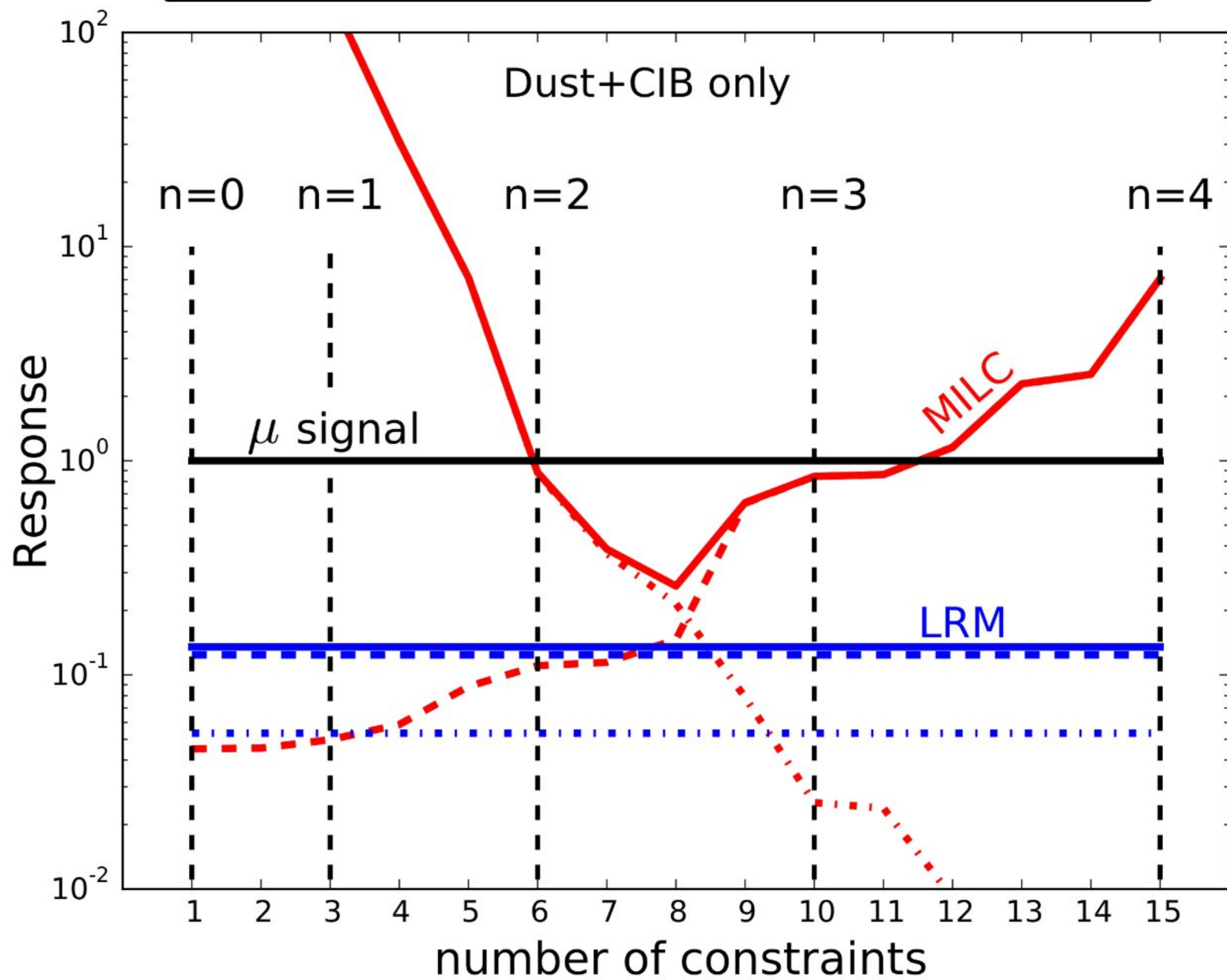
$$R\left[\frac{\partial^{n_1+\dots+n_L}}{\partial P_1^{n_1} \dots \partial P_L^{n_L}} f_m(\nu, \mathbf{P})\right]_{\mathbf{P}=\mathbf{P}_0} = 0,$$

$$n_1 + \dots + n_L \leq n,$$

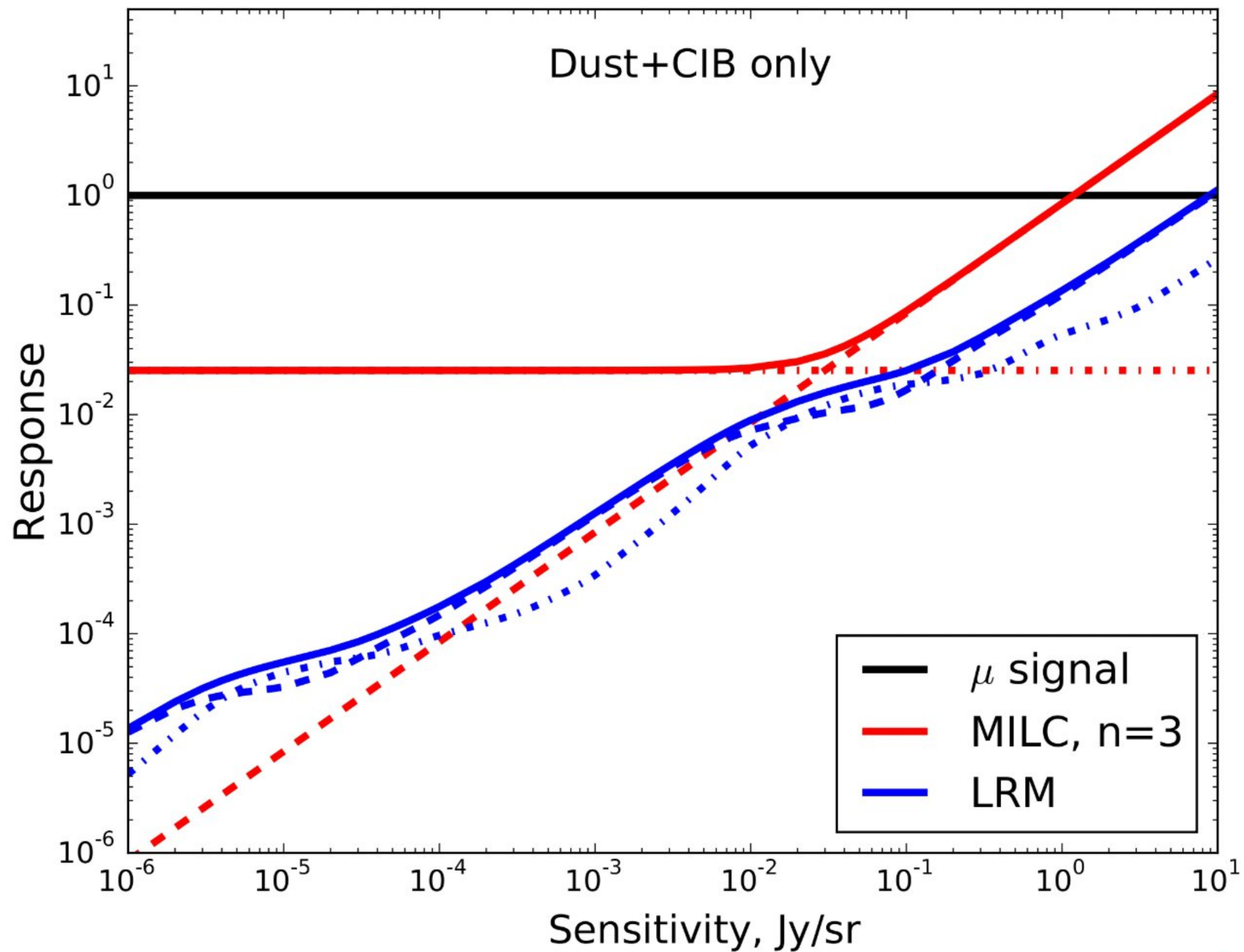
$$R^2[\mathbf{N}] \rightarrow \min$$

Метод с использованием моментов (MILC)

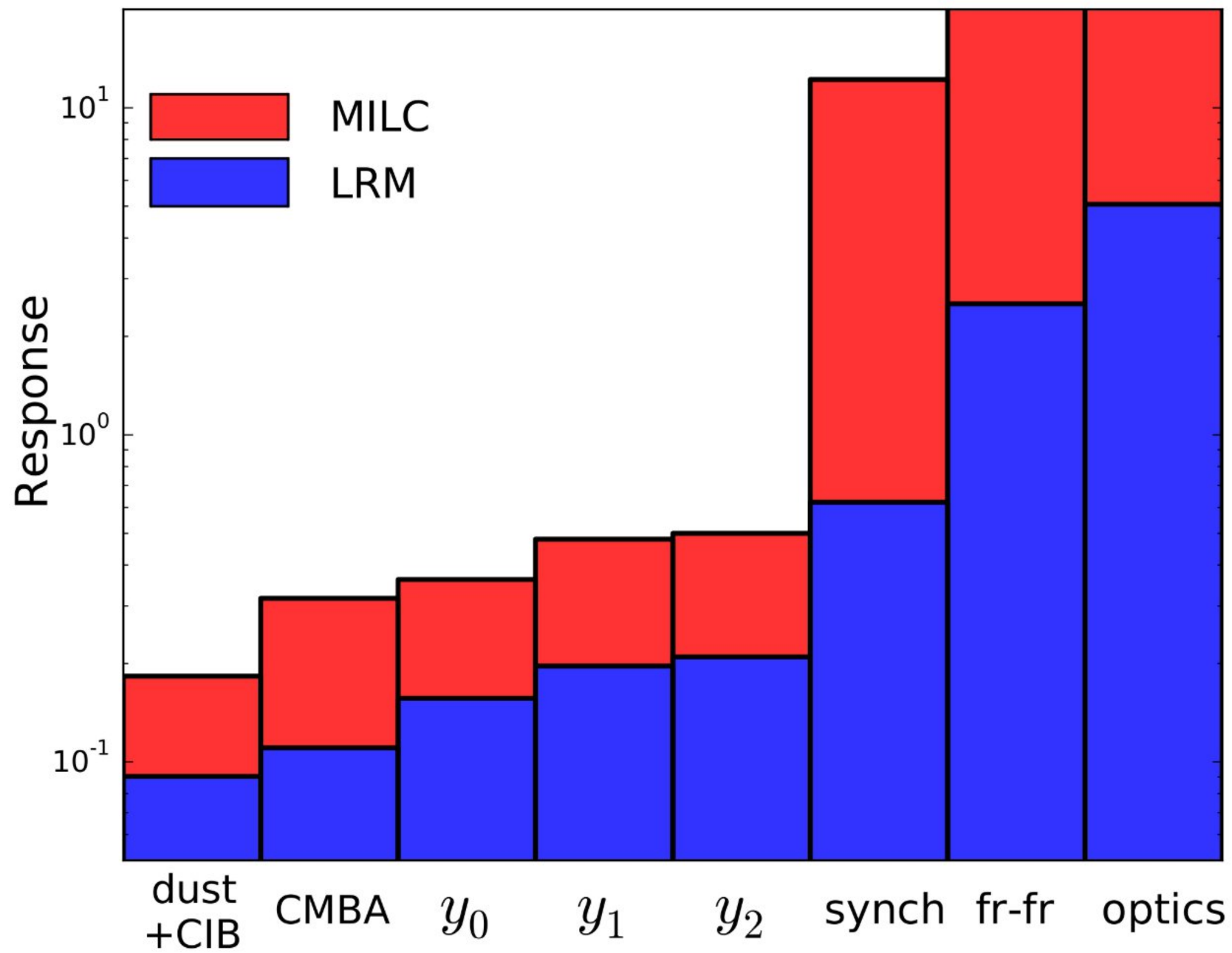
ОТКЛИК MILC ЗАВИСИТ ОТ ЧИСЛА ОГРАНИЧЕНИЙ



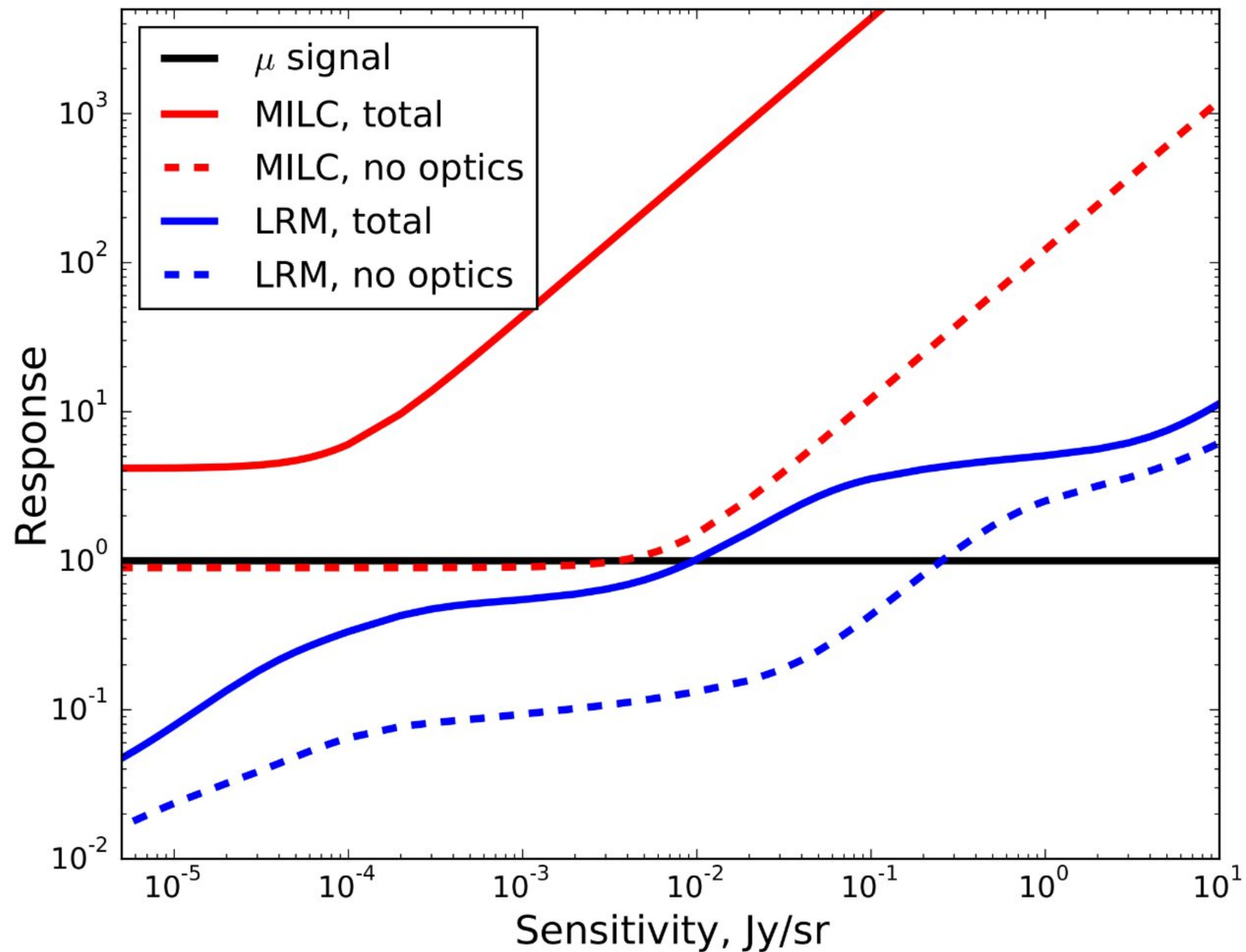
MILC VS LRM: СРАВНЕНИЕ ОТКЛИКОВ



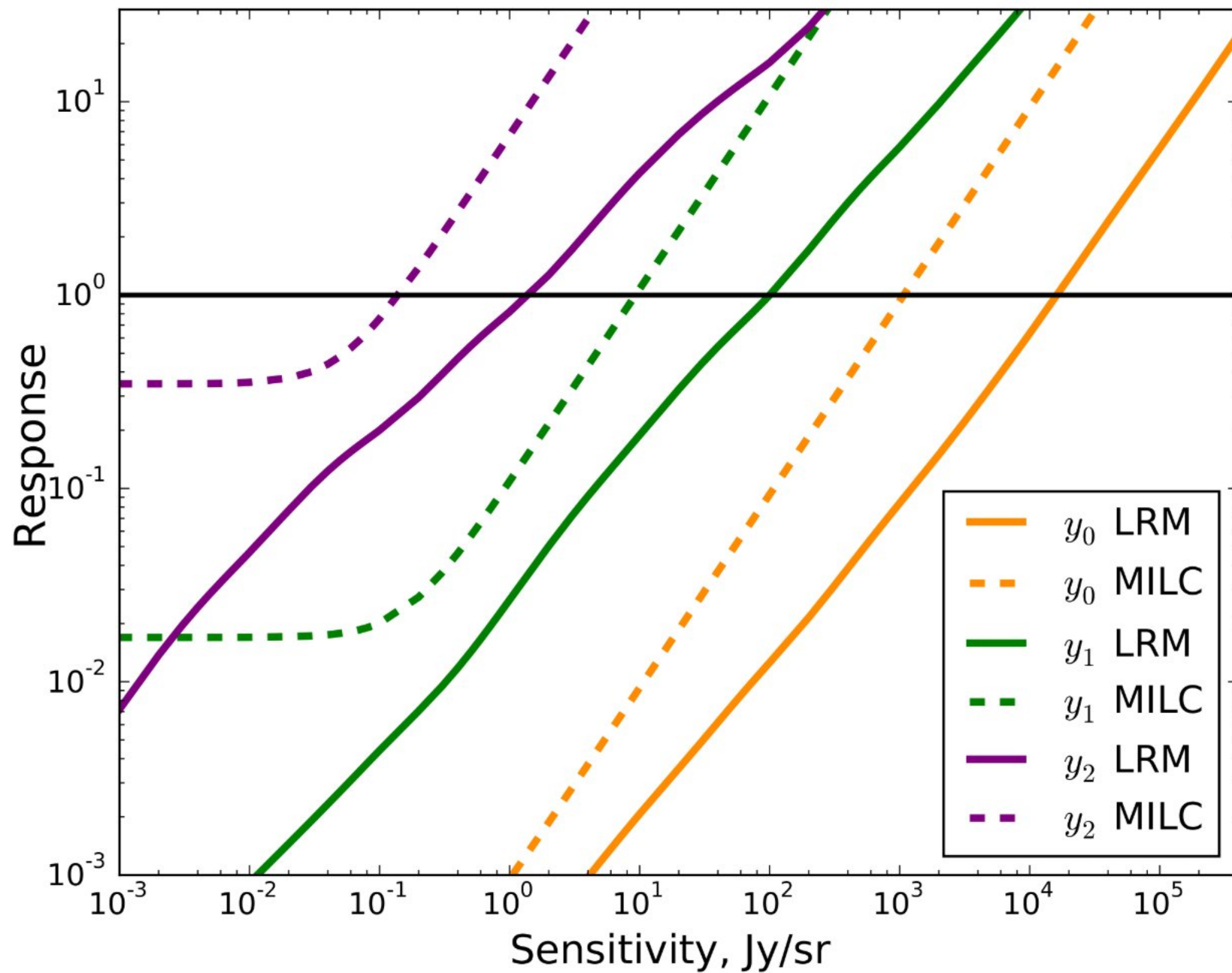
ДОБАВЛЕНИЕ ФОНОВ



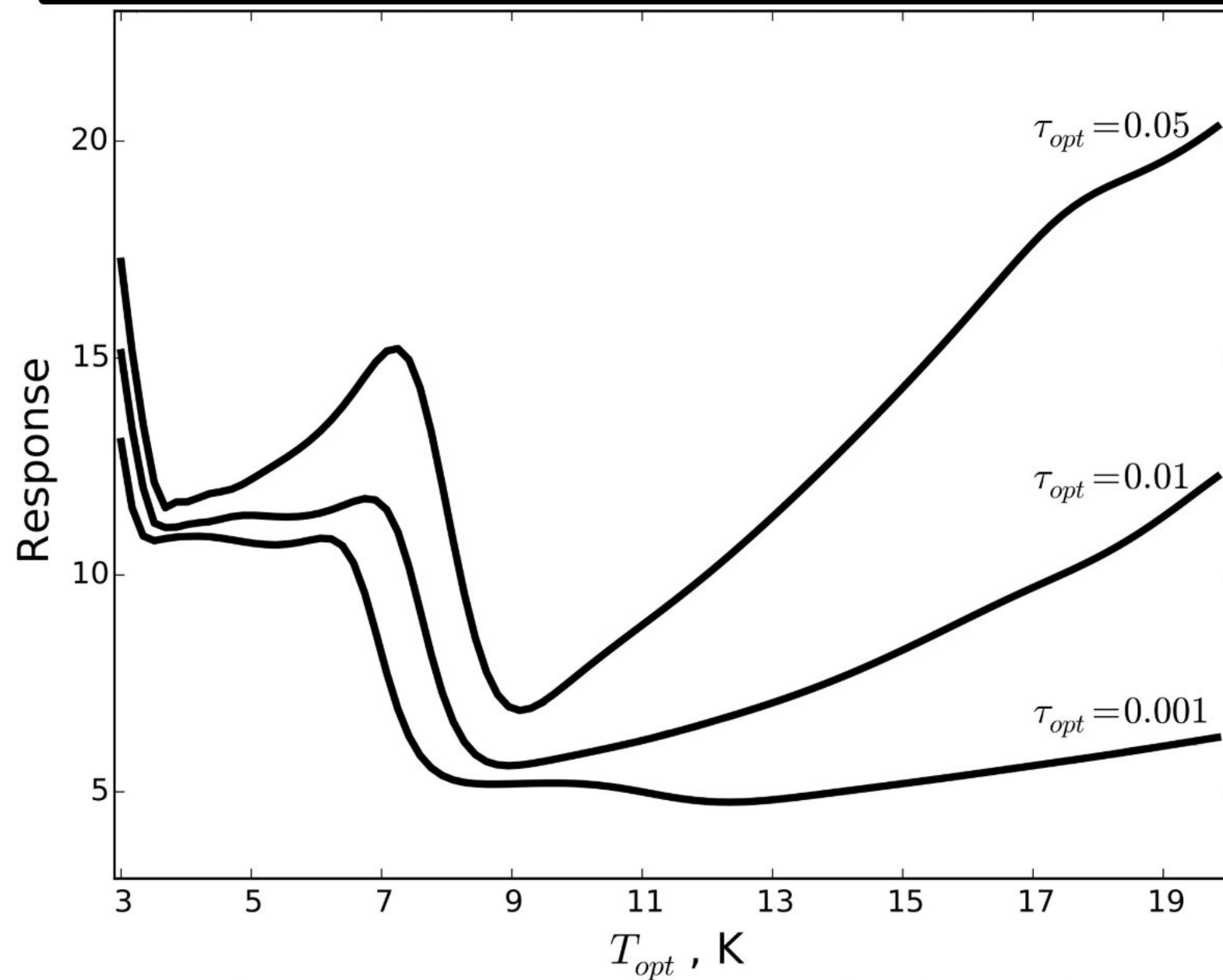
ВСЕГО 9 ФОНОВ



ВЫДЕЛЕНИЕ y ИСКАЖЕНИЙ



ОПТИМАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА ОПТИКИ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ μ
ИСКАЖЕНИЙ ~ 9 К



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ДОБАВЛЕНИЕ НОВЫХ КОМПОНЕНТ
УВЕЛИЧИВАЕТ ПОЛНЫЙ ОТКЛИК
ДЛЯ ОБОИХ МЕТОДОВ.
ОДНАКО ОТКЛИК НА ШУМ ДЛЯ
MILCS **НАМНОГО** ПРЕВОСХОДИТ
ОТКЛИК ДЛЯ LRM.

УВЕЛИЧЕНИЕ **ВЕРХНИХ ПРЕДЕЛОВ**
ДЛЯ АМПЛИТУД ФОНОВ ПРИВОДИТ
К **УМЕНЬШЕНИЮ** ОТКЛИКА НА
"ФОН+ШУМ" И БОЛЕЕ **ТОЧНОЙ**
ОЦЕНКЕ АМПЛИТУДЫ
СПЕКТРАЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!