

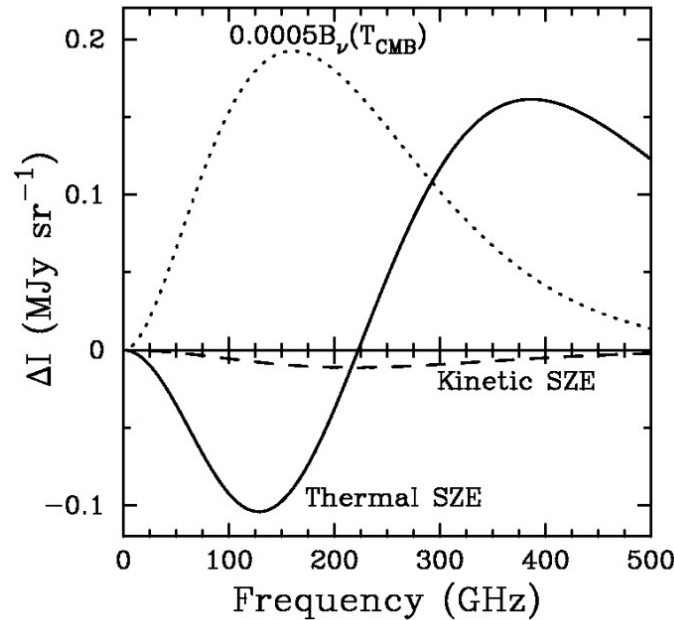
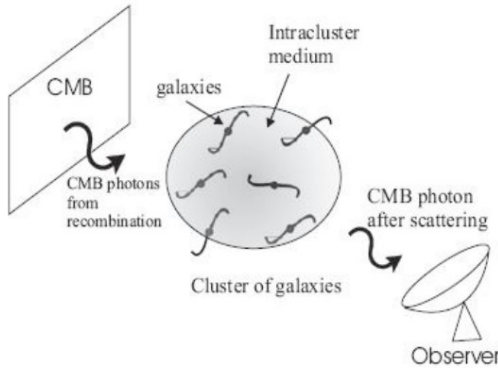


Восстановление скоплений Сюняева-Зельдовича по многочастотным картам

В.А.Столяров^{1,2},
¹САО РАН,
²Кавендишевская лаборатория, Кембридж

Эффект Сюняева-Зельдовича в скоплениях

Эффект tSZ вызывается обратным комптоновским рассеянием фотонов РИ на электронах горячего газа в скоплениях, что приводит к искажениям спектра РИ.



Spectral Distortion Formalism

The tSZ effect's spectral signature is derived from the Kompaneets equation, yielding the non-relativistic approximation:

$$\frac{\delta I_\nu}{I_\nu} = y \frac{x e^x}{e^x - 1} \left[x \coth\left(\frac{x}{2}\right) - 4 \right] \quad (7)$$

where $x \equiv h\nu/kT_{\text{rad}}$ and y denotes the Comptonization parameter. The distortion appears as a decrement in the Rayleigh-Jeans regime ($\nu < 217$ GHz), an increment in the Wien tail ($\nu > 217$ GHz), and nulls near 217 GHz.

Relativistic corrections for hot cluster electrons modify this relationship significantly (Challinor & Lasenby 1998):

$$\frac{\delta I_\nu}{I_\nu} = \left(\frac{\delta I_\nu}{I_\nu} \right)_{\text{nonrel}} + \delta(x, T_e) \quad (8)$$

where T_e represents the electron temperature. These corrections necessitate higher-order terms in the spectral modeling.

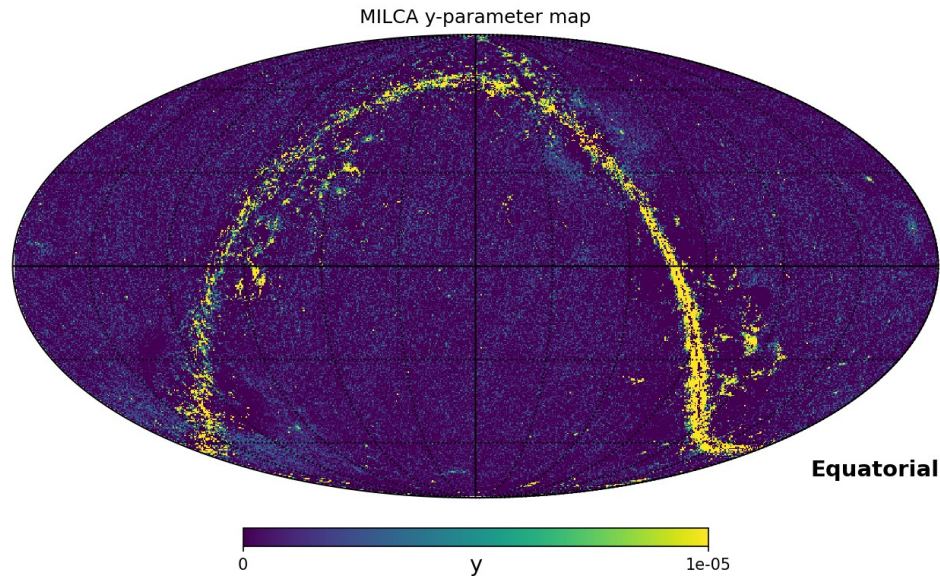
Методики разделения компонент, использовавшиеся в эксперименте Planck для эффекта Сюняева-Зельдовича

Методика	Алгоритм работы	Восстановление компонент
Commander, Eriksen et al (2004, 2008)	Bayesian approach employing a Monte Carlo method called Gibbs sampling as its central computational engine. Within this Bayesian framework, a parametric model is fitted to the data set in question with standard posterior sampling or maximization techniques, including cosmological, astrophysical, and instrumental parameters.	CMB, dust, sync, FF, mono-,dipoles, limited tSZ
NILC (Needlet Internal Linear Combination), Basak & Delabouille (2012, 2013)	The component extraction is done by computing the linear combination of input maps that minimizes the variance in a basis spanned by a particular class of spherical wavelets called needlets.	CMB, tSZ, dust, sync, FF
FastMEM (Fast Maximum Entropy Method), Hobson et al (1998), Stolyarov et al (2002, 2005)	The FastMEM method estimates component maps given frequency scaling models and external foreground power spectra (and crosspower spectra) with adjustable prior weight. It is a nonblind, non-linear approach, which assumes a maximum-entropy prior probability distribution for the underlying components.	CMB, tSZ, dust, sync, FF, limited kSZ
MILCA, a modified internal linear combination algorithm, Hurier et al (2010)	MILCA generalizes the standard ILC algorithm, generally devoted to CMB emission extraction, to any astrophysical component with a known emission law.	CMB, tSZ, dust, sync+FF, CIB

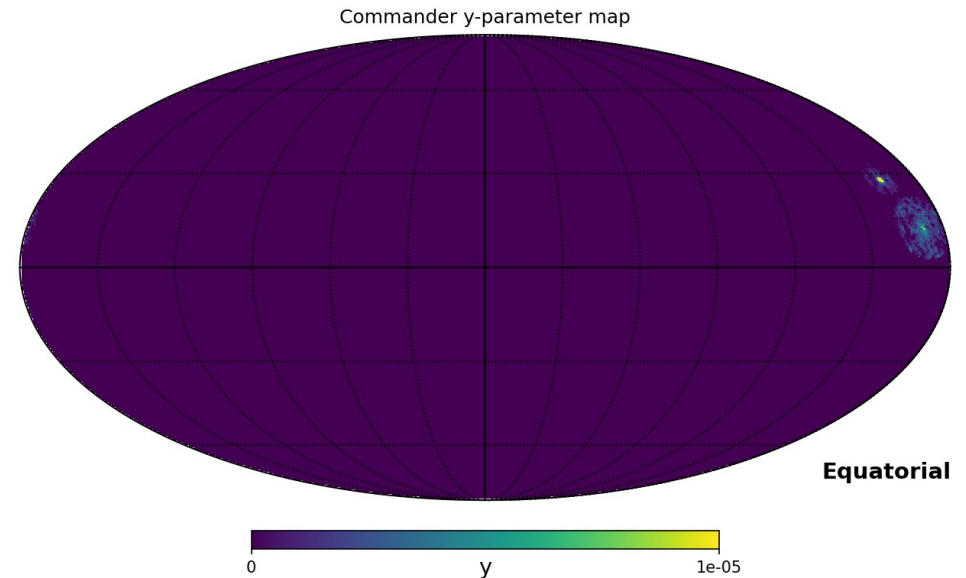
NILC and MILCA – Aghanim et al, Planck 2015 results XXII. A map of the thermal Sunyaev-Zeldovich effect (2016)

Сравнение разных методов – Leach et al (2008)

Карты параметра комптонизации y из Planck Legacy Archive

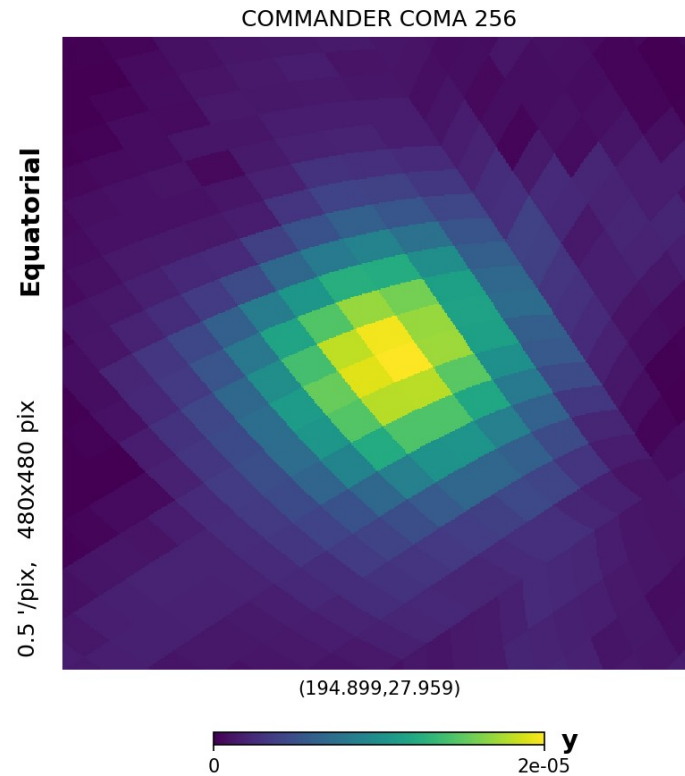
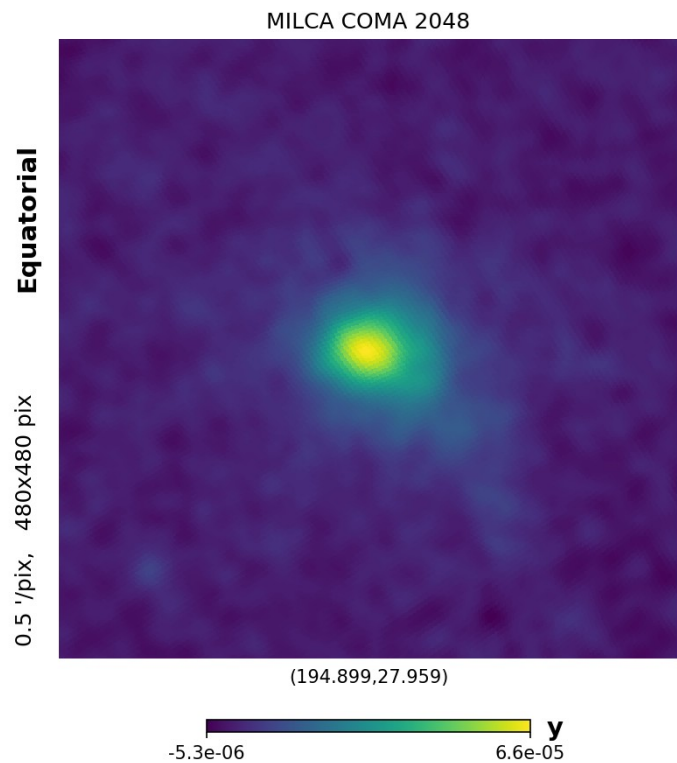


MILCA,
Nside=2048

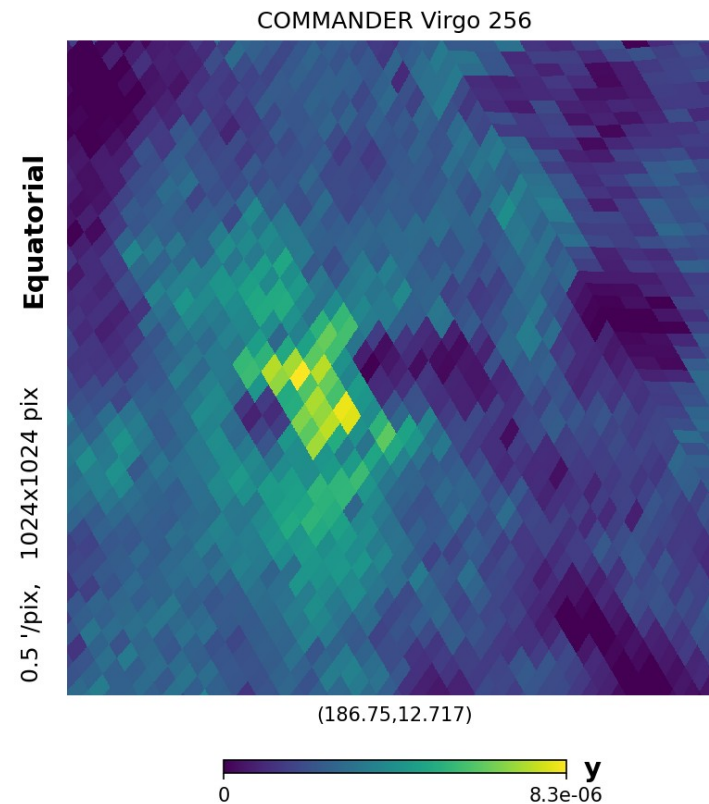
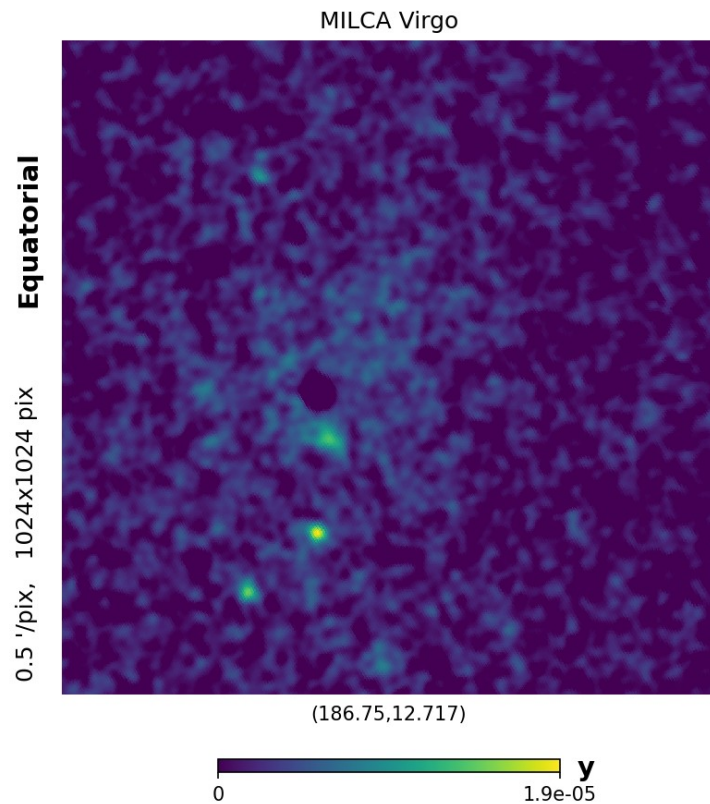


Commander,
Nside=256

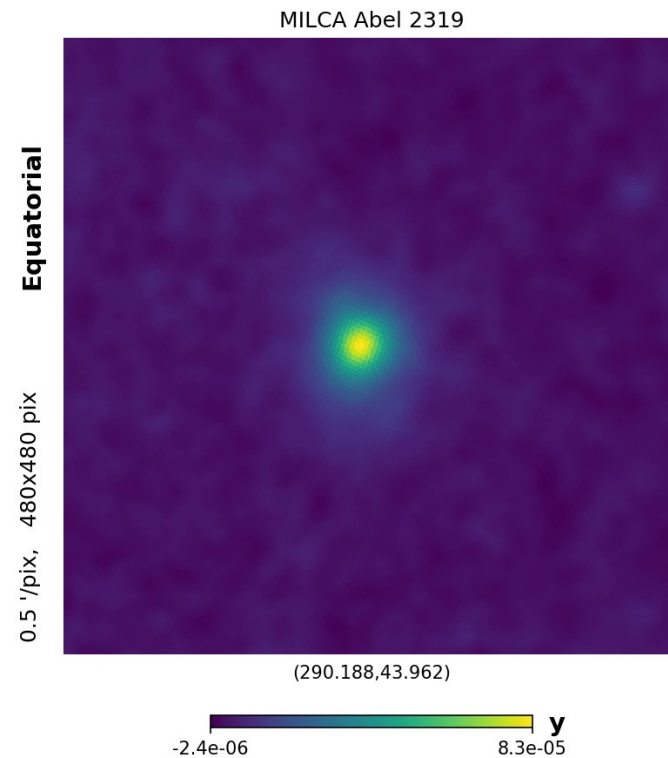
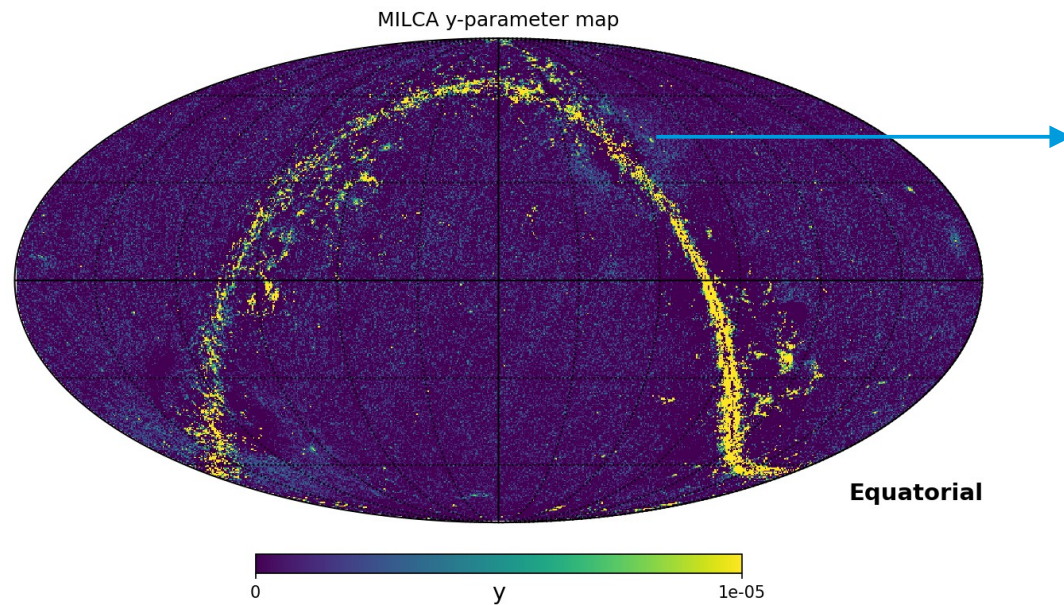
Пример восстановления кластера СОМА



Пример восстановления кластера Virgo



Пример восстановления кластера Abell 2319



Методика разделения компонент FastMEM

- Алгоритм выполняет оптимизацию модели с энтропийной регуляризацией
- Метод использует теорему Байеса для максимизации постериорной вероятности получить сигнал (комбинацию астрофизических и космологических компонент) для вектора данных с известными шумовыми свойствами (можно учитывать коррелированный шум)
- Процесс оптимизации происходит для каждой моды в спектральной области (Фурье, сферические гармоники итд) – оптимизацию можно выполнять параллельно
- Методика предложена Hobson et al (1998) для Фурье-области, адаптирована для случая сферических гармоник в статьях Stolyarov et al (2002, 2005) и позволяет работать с картами в разном разрешении
- FastMEM применялся в процессе разработки инструментария разделения компонент для Planck, использовался как для модельных, так и для реальных данных
- Основная проблема, общая для подхода MEM – трудности оценки ошибок восстановленного сигнала. Моделирование Монте-Карло, необходимое для оценки ошибок, 10-15 лет назад было очень затратно с точки зрения компьютерных ресурсов, поэтому FastMEM отсутствует в числе методик, которые использовались для получения основных научных продуктов (восстановленных карт компонент)

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА FastMEM - I

- For each spherical harmonic mode (l,m) we have $\mathbf{d}_{lm} = \mathbf{R}_l \mathbf{a}_{lm} + \boldsymbol{\varepsilon}_{lm}$, where $\mathbf{d}_{lm}$, $\mathbf{a}_{lm}$ and $\boldsymbol{\varepsilon}_{lm}$ are column vectors that correspond to the data, physical components and noise respectively; $\mathbf{R}_l$ is the response matrix which includes beam smearing and frequency scaling of the components from some reference frequency. Vector $\mathbf{a}_{lm}$ represents physical component signal at the reference frequency.

- According to Bayes' theorem, we have to maximize the posterior probability

$$\Pr(\mathbf{a}_{lm} | \mathbf{d}_{lm}) \propto \Pr(\mathbf{d}_{lm} | \mathbf{a}_{lm}) \Pr(\mathbf{a}_{lm}).$$

- A priori correlation information is incorporated into the separation algorithm by defining a 'hidden' vector $\mathbf{h}_{lm}$ at each mode, that is related to the vector $\mathbf{a}_{lm}$ by $\mathbf{a}_{lm} = \mathbf{L}_l \mathbf{h}_{lm}$, where $\langle \mathbf{a}_{lm} \mathbf{a}_{lm}^\dagger \rangle = \langle \mathbf{L}_l \mathbf{h}_{lm} \mathbf{h}_{lm}^\dagger \mathbf{L}_l^\dagger \rangle = \mathbf{C}_l$

- Assuming the instrumental noise to be Gaussian, the likelihood function at each mode is given by $\Pr(\mathbf{d}_{lm} | \mathbf{a}_{lm}) \propto \exp[-\chi^2(\mathbf{h}_{lm})]$, where χ^2 is the standard misfit statistics given by

$$\chi^2(\mathbf{h}_{lm}) = (\mathbf{d}_{lm} - \mathbf{R}_l \mathbf{L}_l \mathbf{h}_{lm})^\dagger \mathbf{N}^{-1} (\mathbf{d}_{lm} - \mathbf{R}_l \mathbf{L}_l \mathbf{h}_{lm})$$

where $\mathbf{N}$ is $n_f \times n_f$ noise covariance matrix for the mode (l,m) .

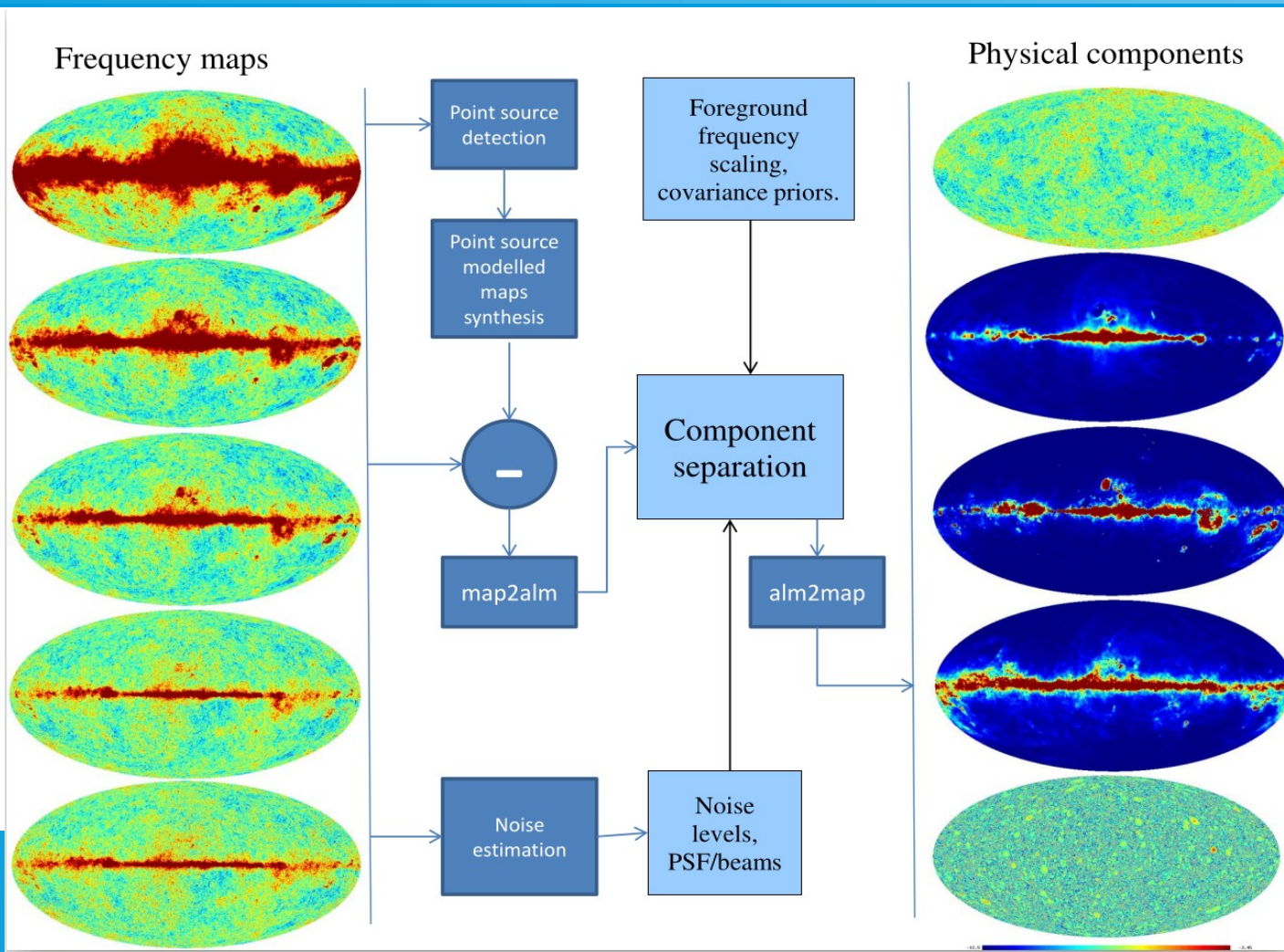
ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА FastMEM - II

- For the prior $\Pr(\mathbf{h}_{lm})$ we assume the entropic form $\Pr(\mathbf{h}_{lm}) \propto \exp[\alpha S(\mathbf{h}_{lm}, \mathbf{m})]$, where $S(\mathbf{h}_{lm}, \mathbf{m})$ is the cross-entropy of the complex vectors $\mathbf{h}_{lm}$ and $\mathbf{m}$, where $\mathbf{m}$ is a model vector to which $\mathbf{h}_{lm}$ defaults in absence of data.
- Maximizing the posterior probability $\Pr(\mathbf{a}_{lm} | \mathbf{d}_{lm})$, or $\Pr(\mathbf{h}_{lm} | \mathbf{d}_{lm})$ with respect to $\mathbf{h}_{lm}$ is equivalent to minimising the function

$$\Phi(\mathbf{h}_{lm}) = \chi^2(\mathbf{h}_{lm}) - \alpha S(\mathbf{h}_{lm}, \mathbf{m}) .$$

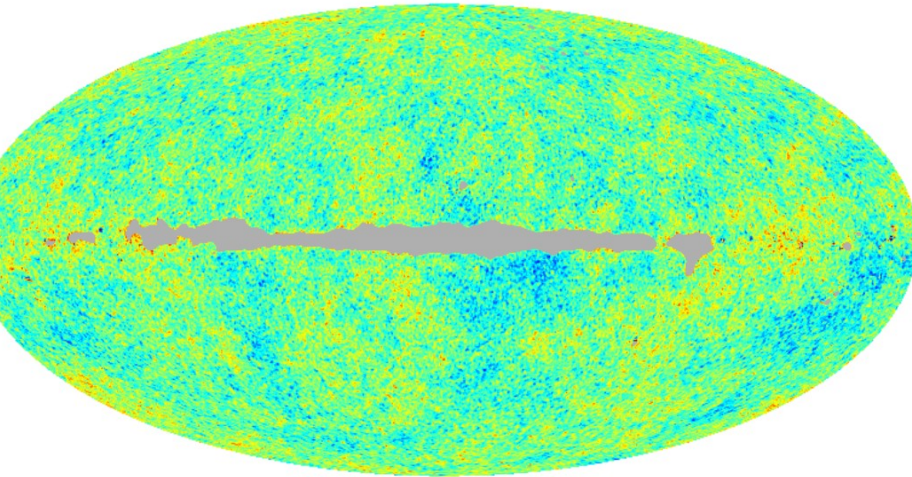
- The regularising parameter α can be found in a Bayesian manner by treating it as another parameter in the hypothesis space.

Конвейер обработки FastMEM



Пример работы с картами WMAP

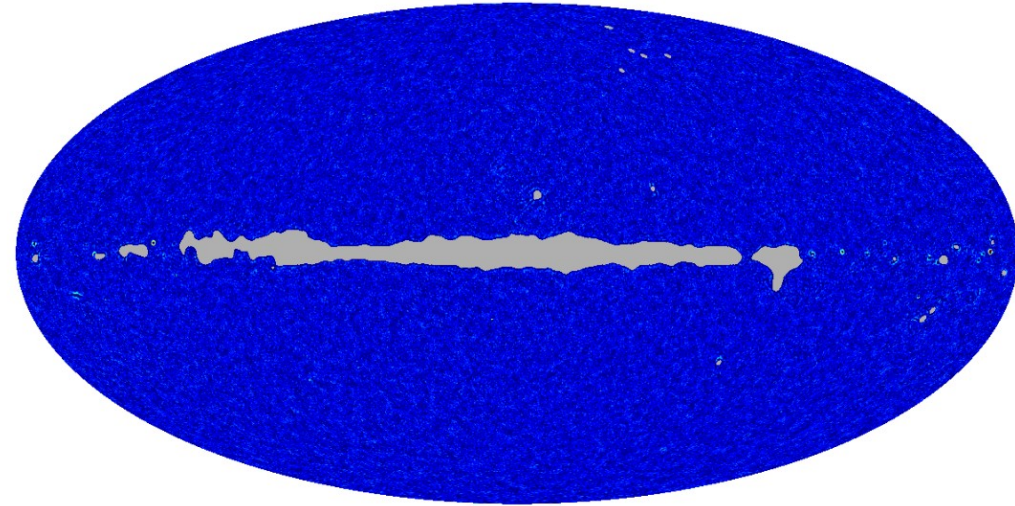
CMB



-1.488E-02 +1.500E-02

MJy/Sr at 30GHz

tSZ

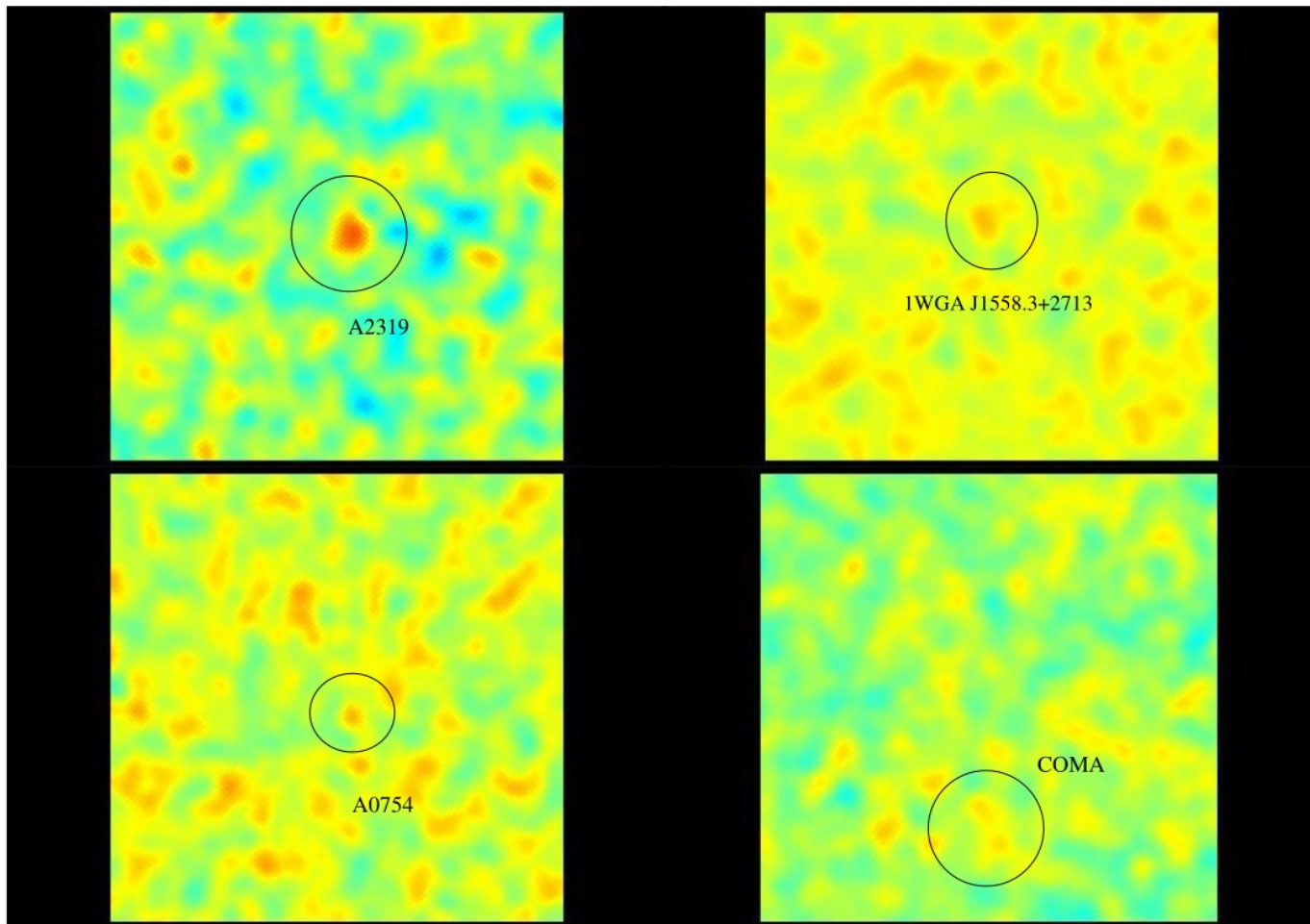


-1.000E-06 +1.000E-05

y-parameter

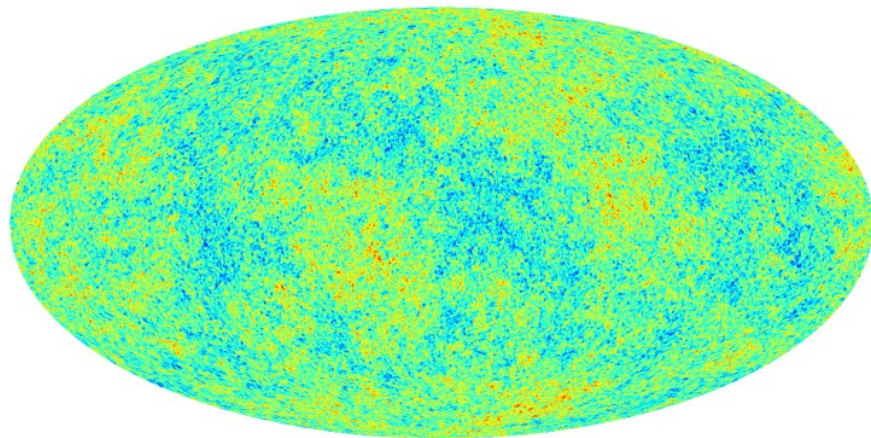
33-94GHz maps (single DA), Nside=1024, recovered components are CMB, tSZ, synchrotron, free-free, thermal dust, anomalous dust

Пример восстановления SZ кластеров, размер поля 6.2 x 6.2 градуса

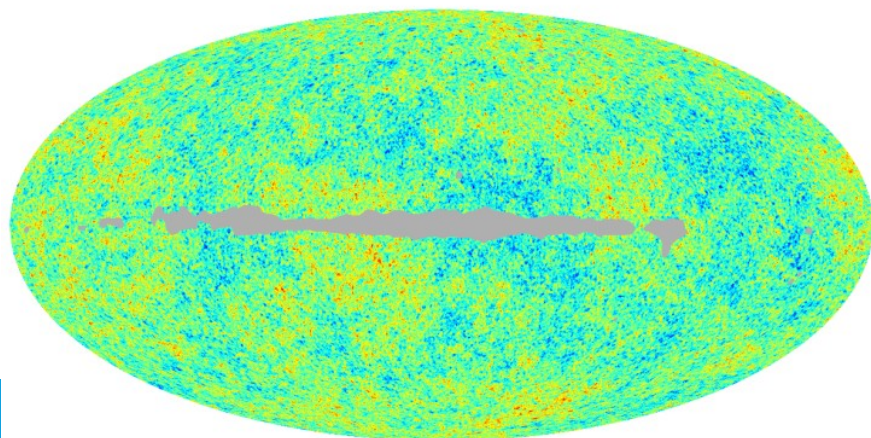


In y-parameter, arbitrary scale

Модельные данные Planck, восстановление CMB

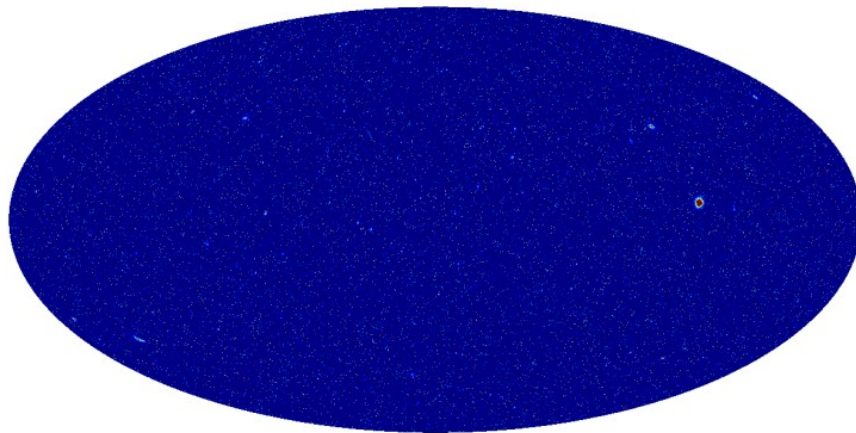


Original CMB map, in μK

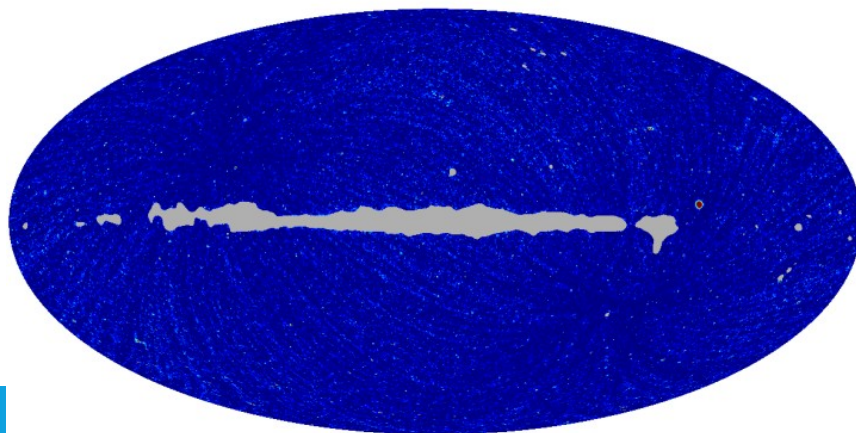


Reconstructed CMB map, in μK

Модельные данные Planck, восстановление tSZ



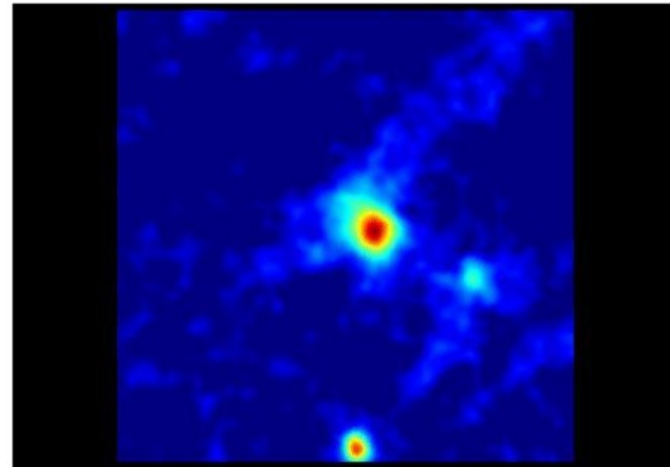
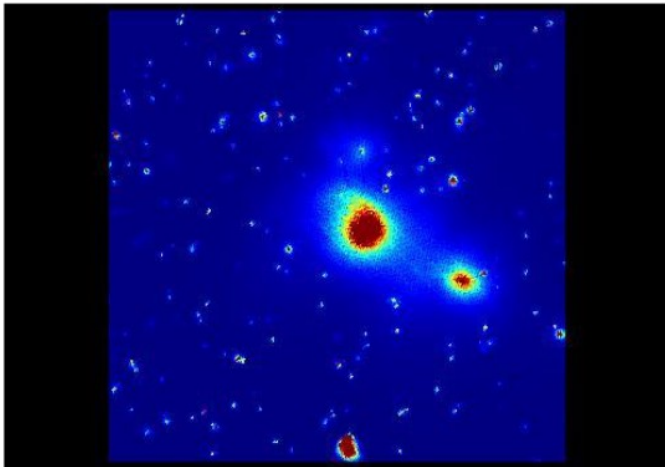
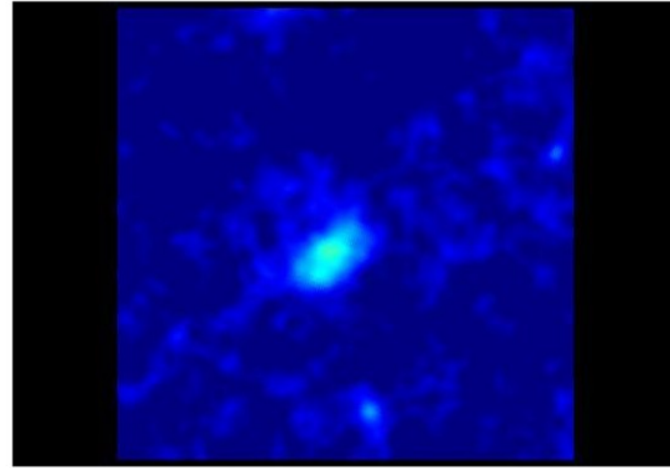
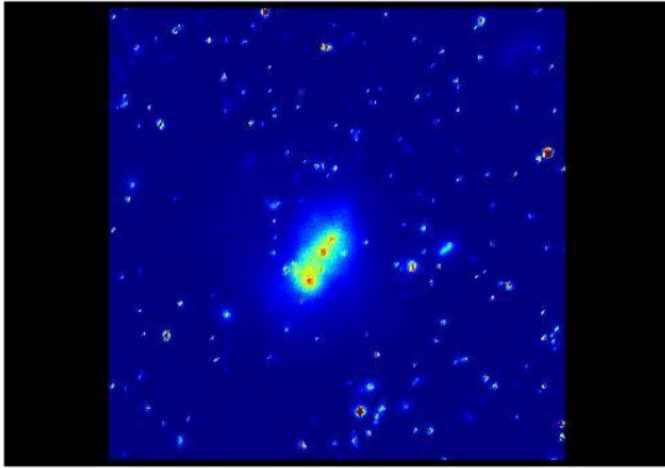
Original thermal SZ map
(smoothed with 5'), in y



Reconstructed thermal SZ map, in y



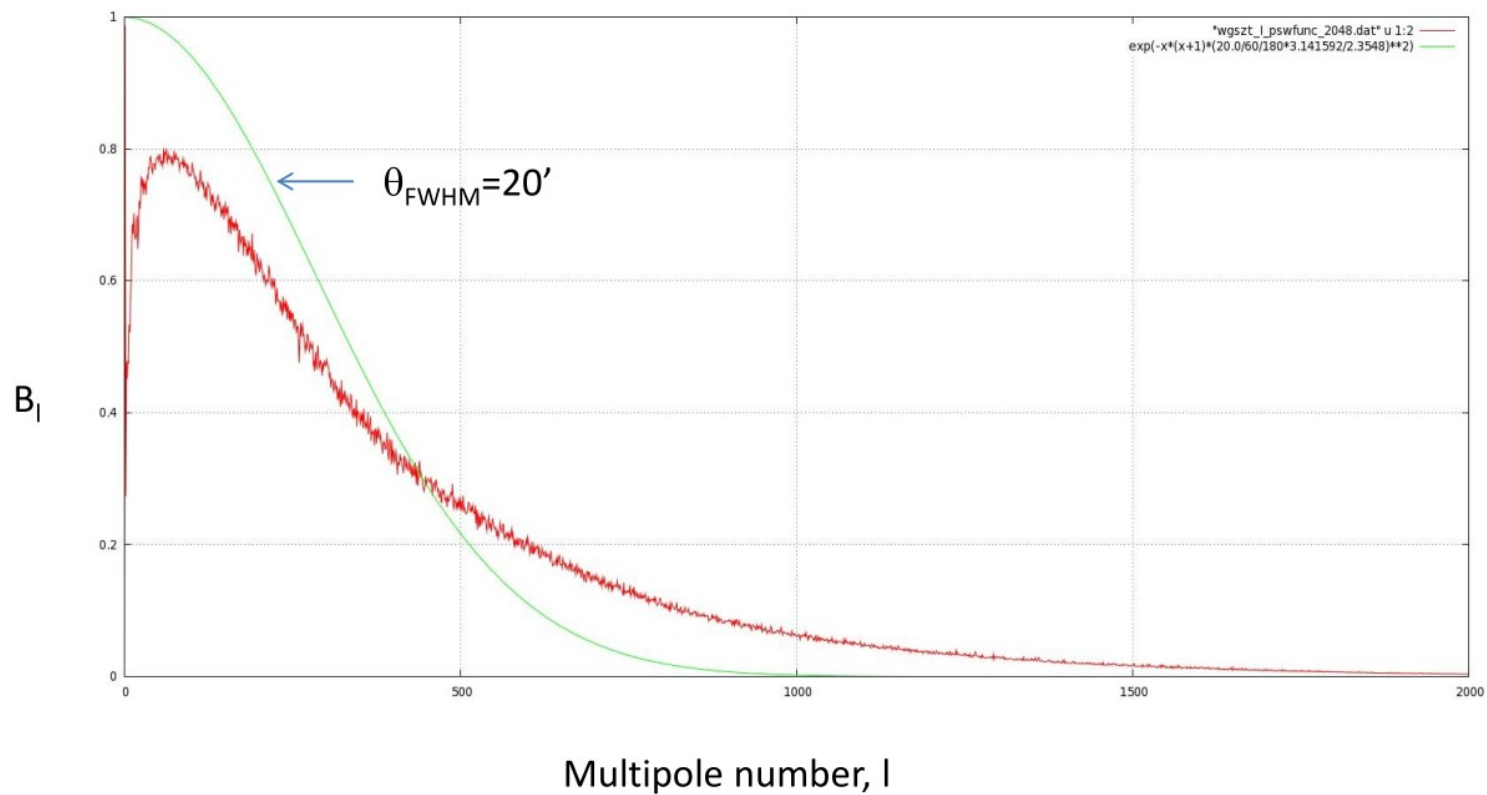
Примеры восстановления SZ кластеров, площадка 3.1x3.1 градуса



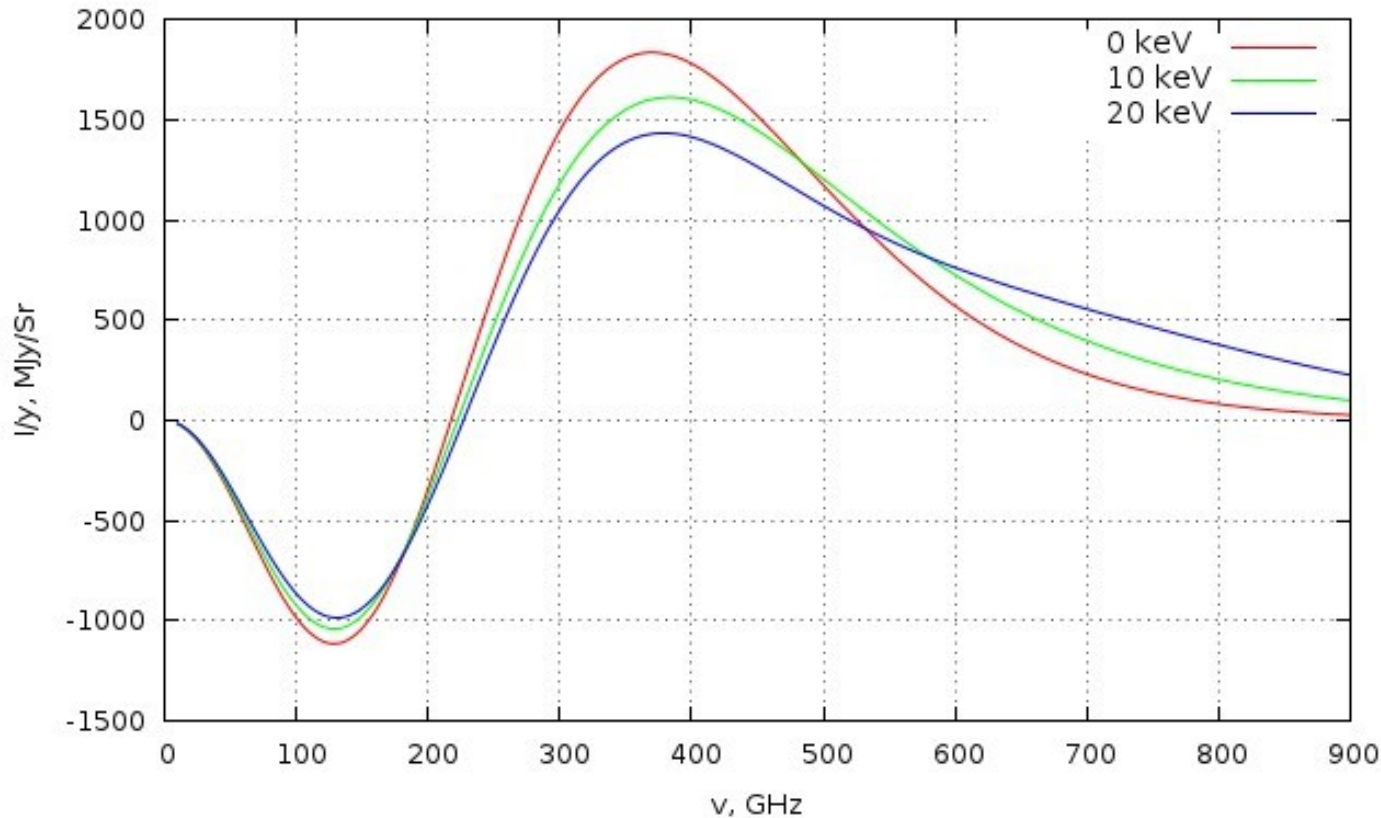
Input model

Recovery

Оконная функция восстановленной карты tSZ

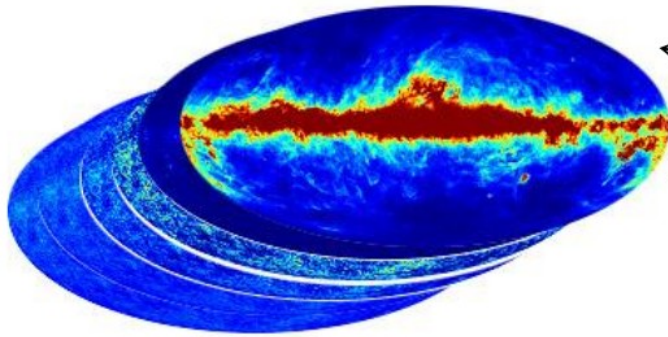


Релятивистские поправки rSZ



- Изменение формы спектральных искажений в зависимости от электронной температуры T_e
- Описывается с помощью формализма Фоккера-Планка
- Вклад rSZ на порядок меньше чем tSZ
- Измерения rSZ дадут возможность независимо получить значения T_e , причём без ограничения по максимальной температуре в отличие от рентгеновских измерений, где аппаратура имеет верхний предел для T_e

Моделирование вклада нерелятивистского tSZ

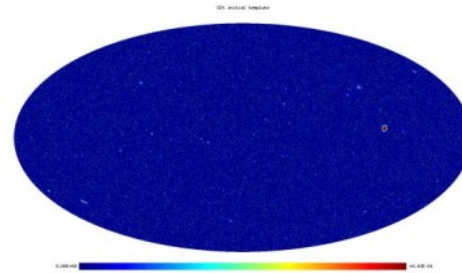


Frequency maps

$$\Delta I_{\nu}^{SZ} = \Delta I_{\nu_0}^{SZ} \frac{f(x)}{f(x_0)}$$

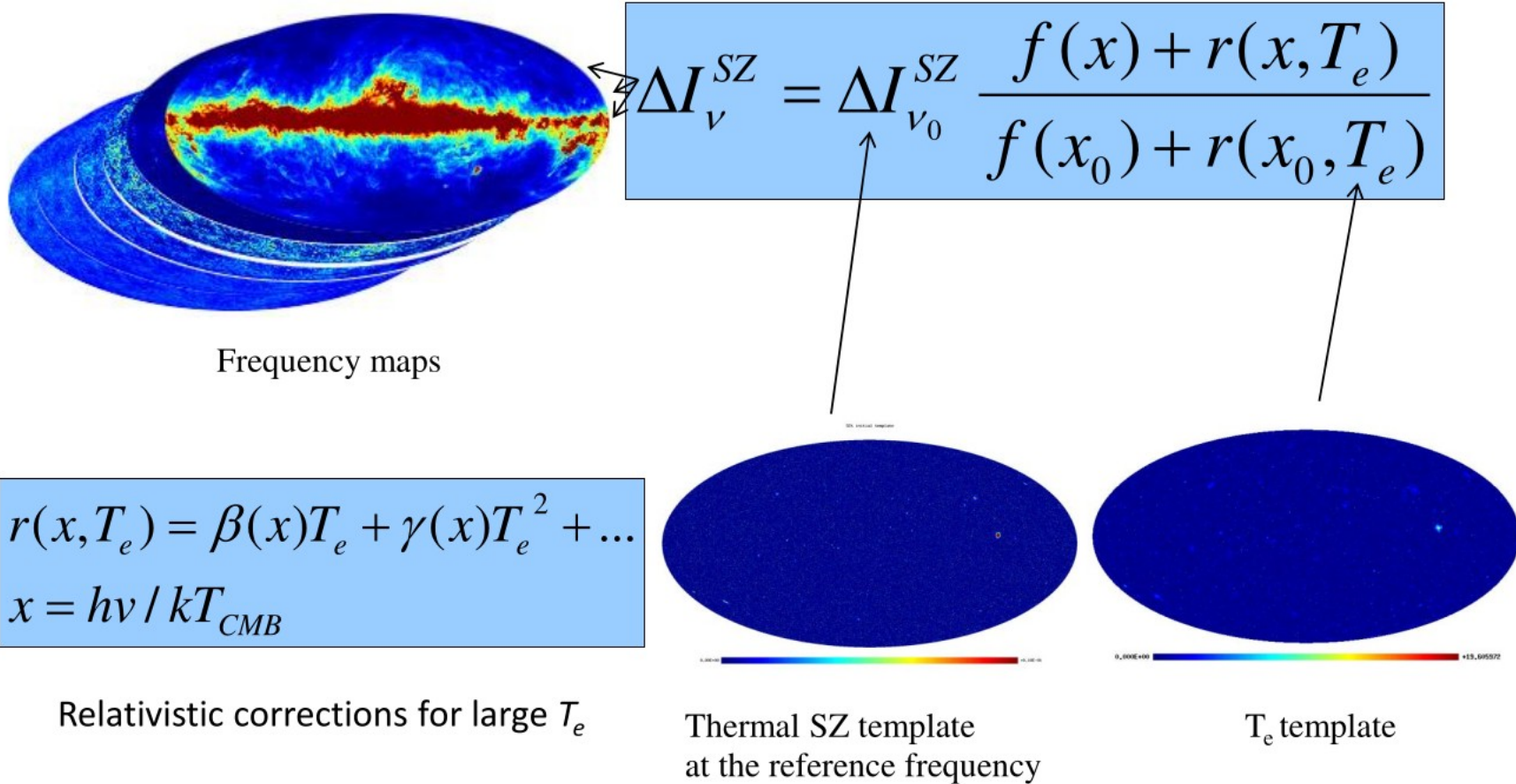
$$f(x) = \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \left[\frac{x(e^x + 1)}{e^x - 1} - 4 \right]$$
$$x = \frac{h\nu}{kT_{CMB}}$$

Thermal SZ frequency scaling



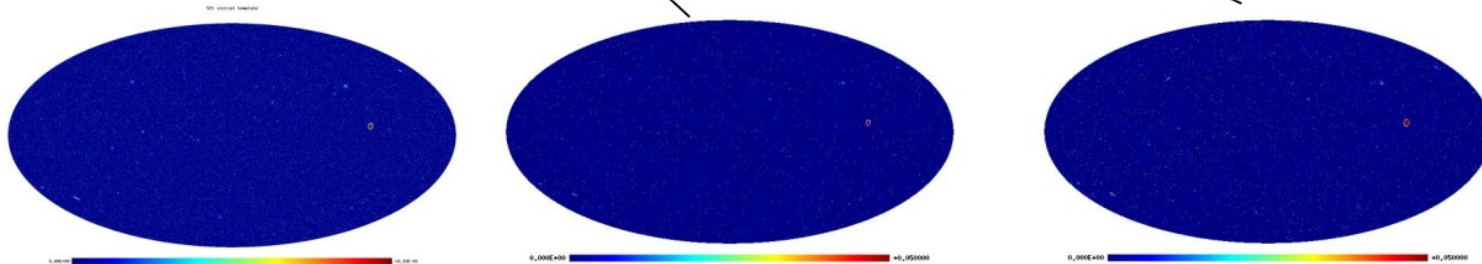
Thermal SZ template
at the reference frequency

Моделирование вклада tSZ + rSZ



Разложение в ряд коэффициентов масштабирования по частоте

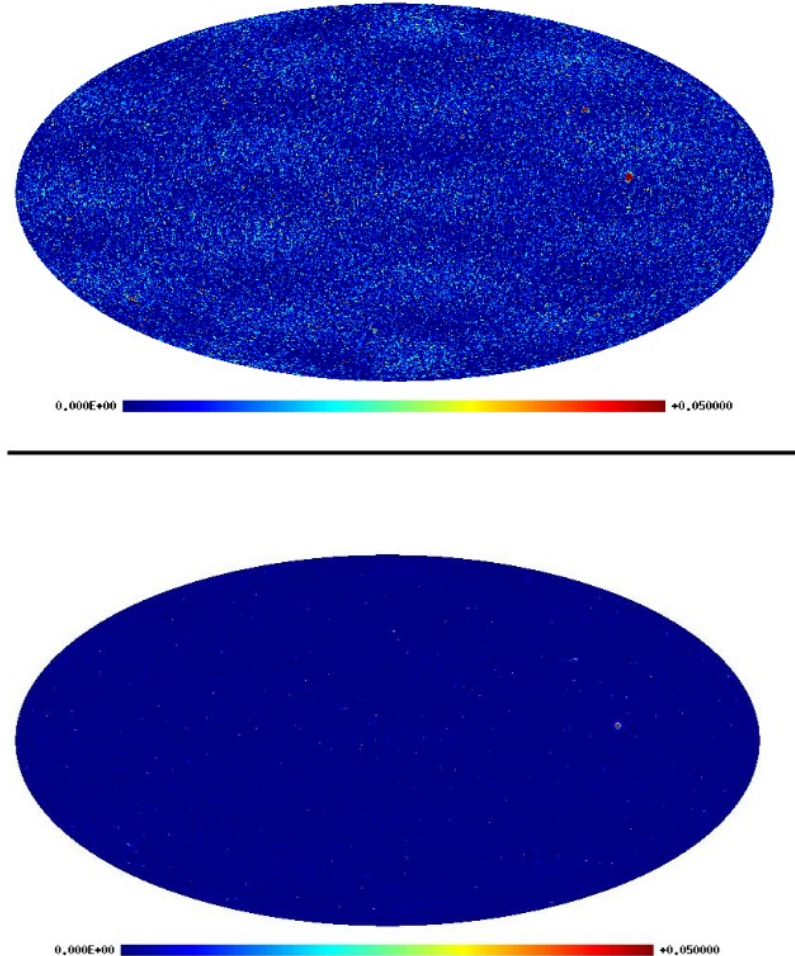
$$\Delta I_v^{SZ} = \Delta I_{v_0}^{SZ} \frac{f(x) + r(x, T_e)}{f(x_0) + r(x_0, T_e)} = \Delta I_{v_0}^{SZ} F_{vv_0}^{SZ}(T_e) \approx$$
$$\Delta I_{v_0}^{SZ} \left(F_{vv_0}^{SZ}(0) + T_e \frac{\partial F}{\partial T_{e, T=0}} + \frac{T_e^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial T_{e, T=0}^2} + \dots \right) \approx$$
$$\underbrace{\Delta I_{v_0}^{SZ} F_{vv_0}^{SZ}(0)} + \underbrace{\Delta I_{v_0}^{SZ} T_e \frac{\partial F}{\partial T_{e, T=0}}} + \underbrace{\Delta I_{v_0}^{SZ} T_e^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial T_{e, T=0}^2}} + \dots$$



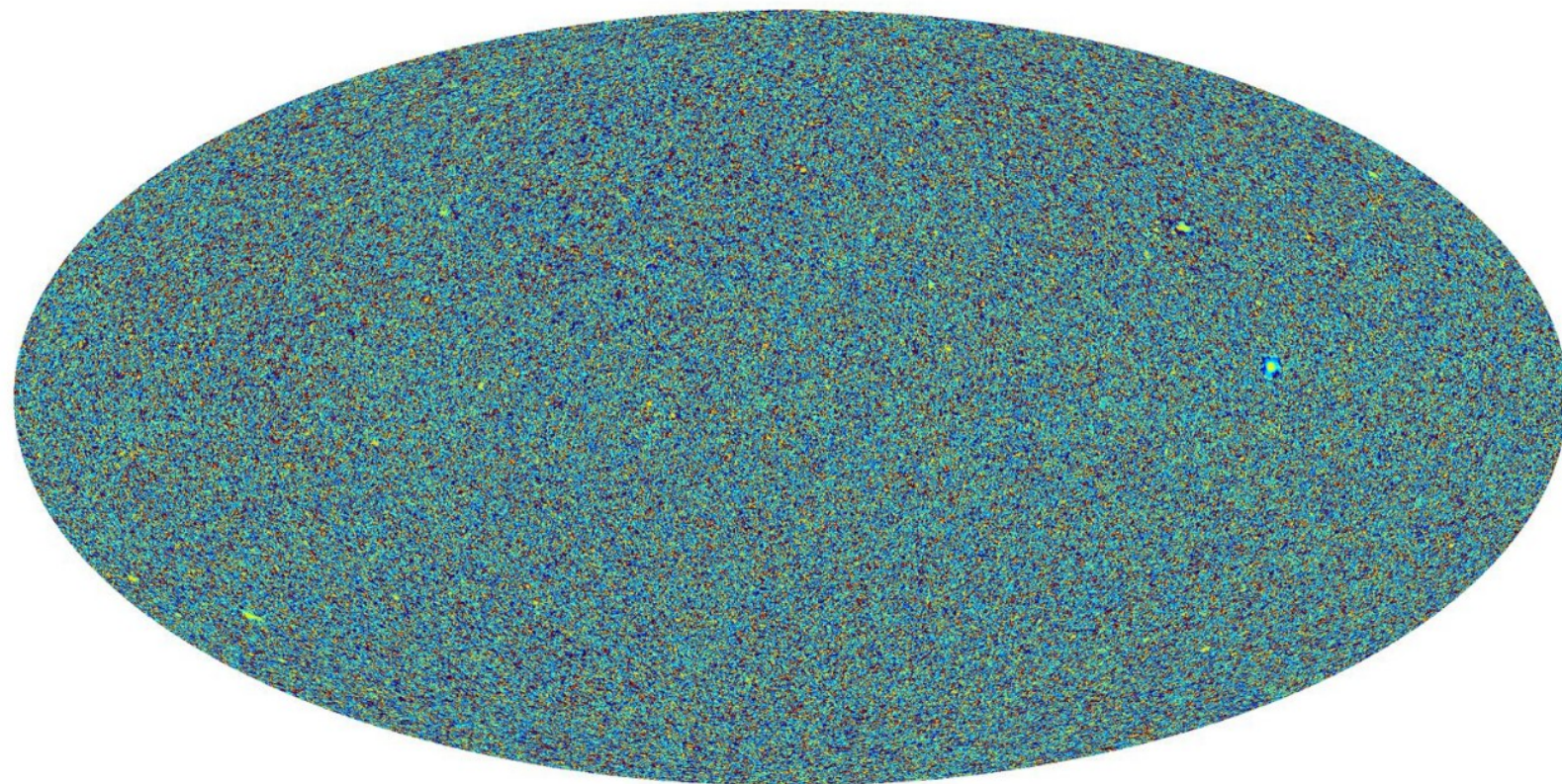
(Several reconstructed fields instead of one)

Восстановление распределения T_e

$$T_e^{rec} = \frac{\left(I_{\nu_0}^{SZ} T_e\right)^{rec}}{\left(I_{\nu_0}^{SZ}\right)^{rec}} =$$

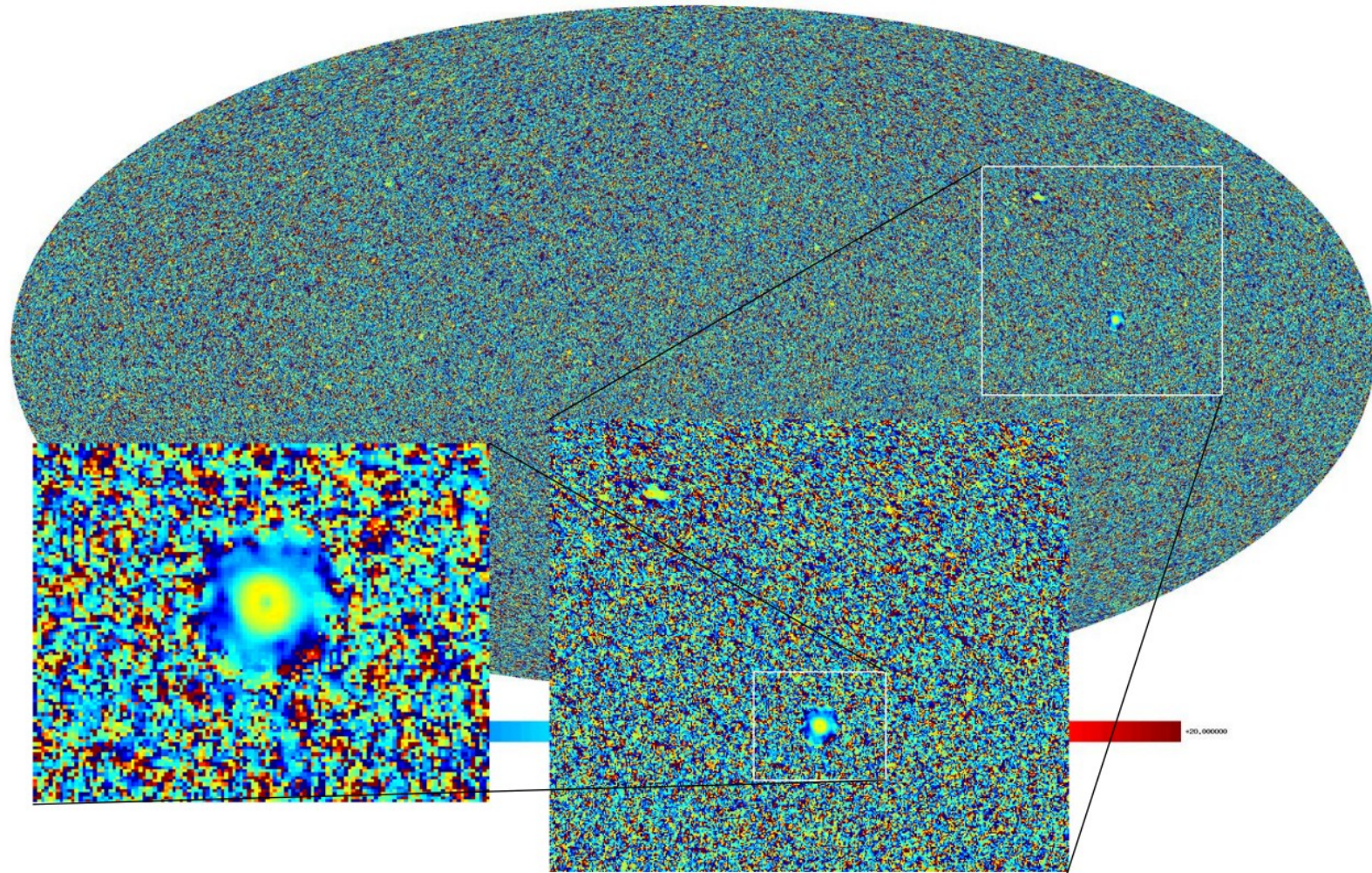


Восстановление распределения T_e - II

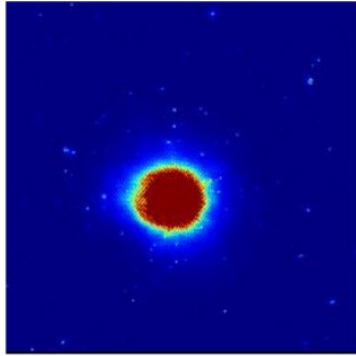


T_e , keV

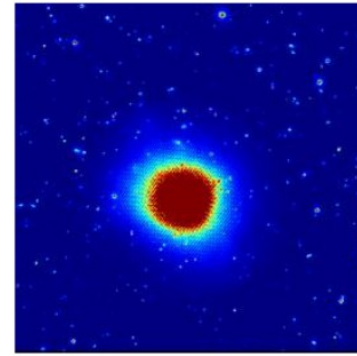
Восстановление распределения T_e - III



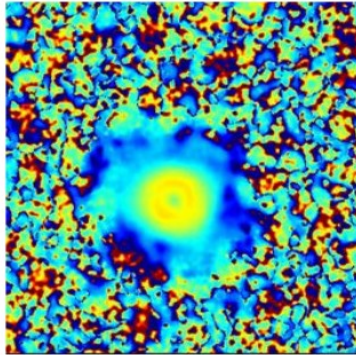
Восстановление распределения T_e - IV



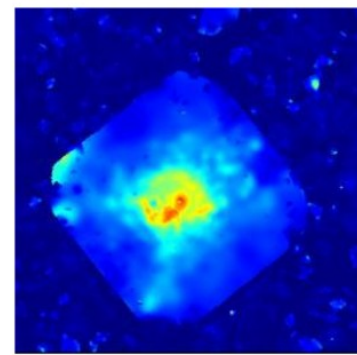
$I_{sz} \times T_e$ template



I_{sz} template

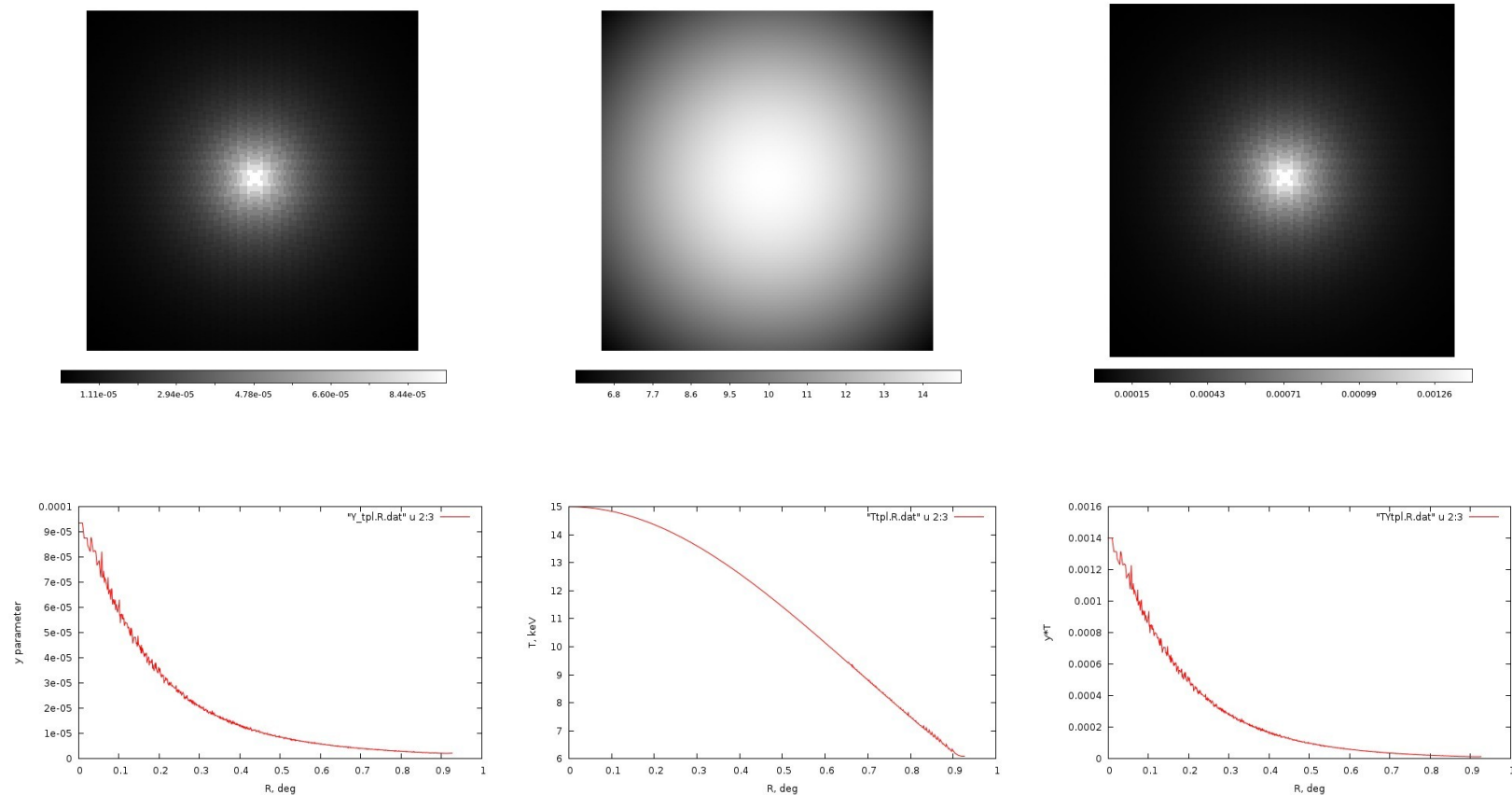


T_e recovery



T_e template

Модель кластера на прямоугольной площадке, Гауссовый профиль T_e , СОМА-подобный кластер, 1.31×1.31 градус, 128×128 пикселей



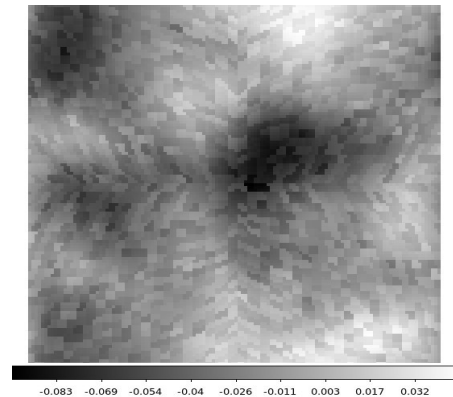
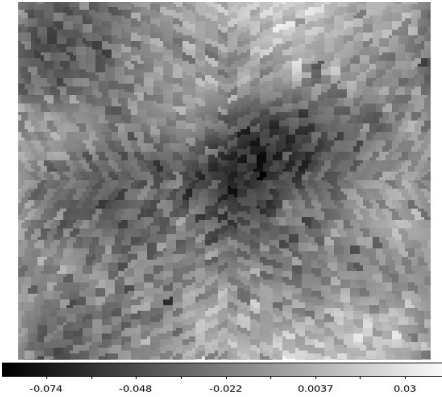
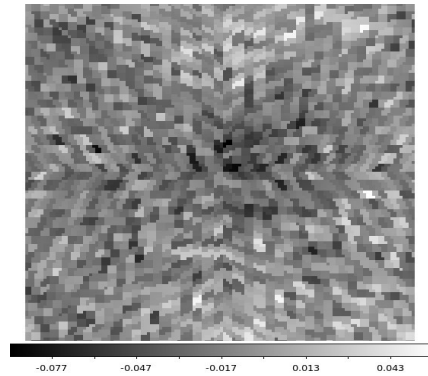
y-parameter

T , keV

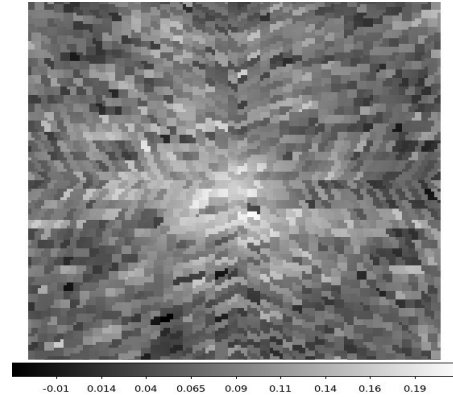
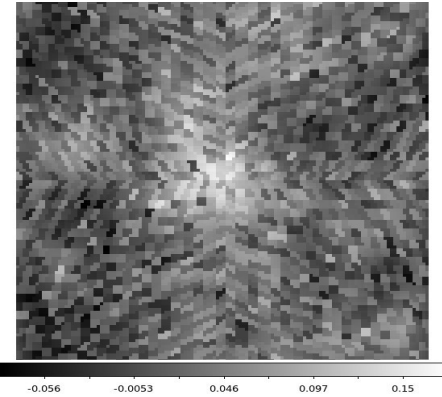
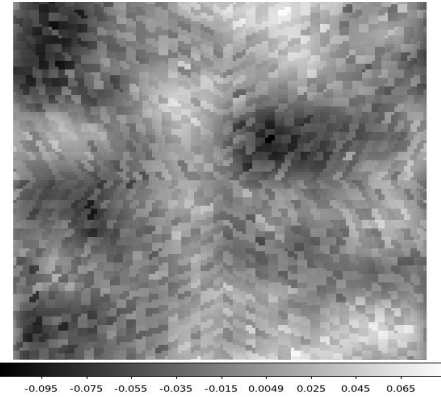
$y \cdot T$

Моделирование сигнала на частотах 70 – 545 ГГц (CMB, thermal dust, free-free, CO, tSZ, rSZ)

70



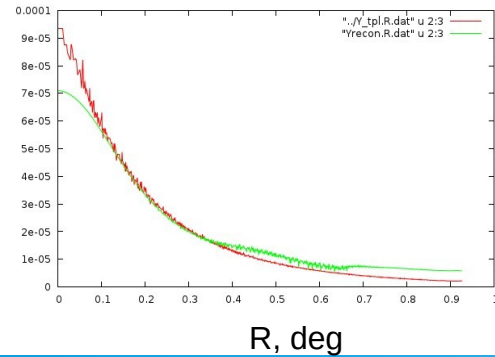
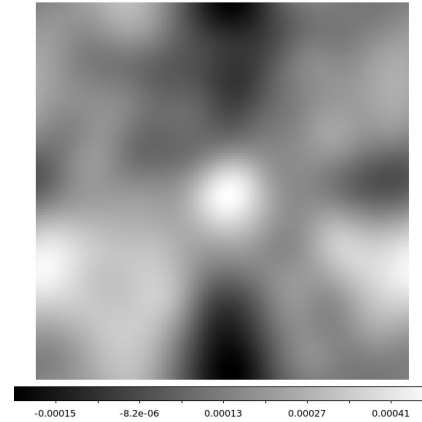
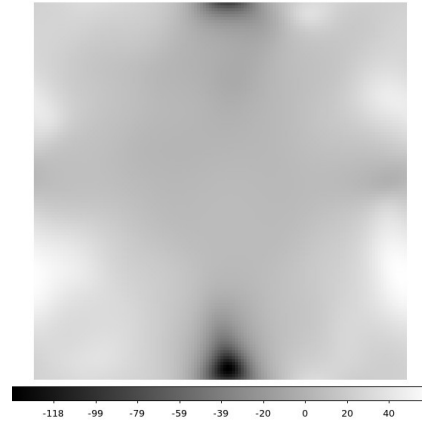
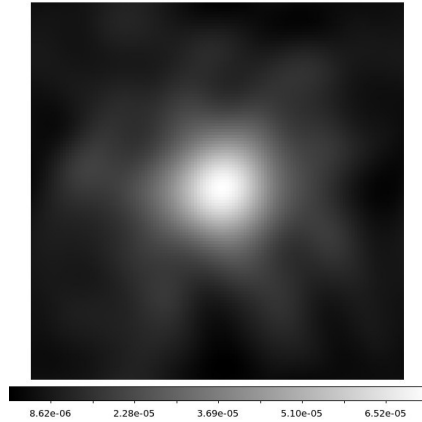
217



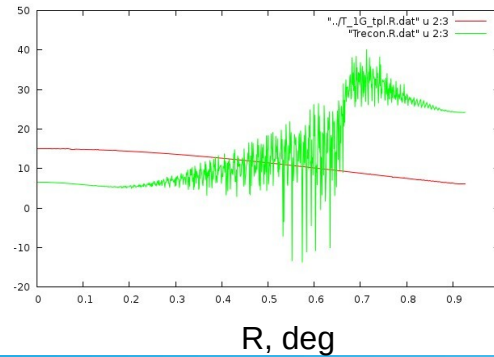
545

MJy/Sr

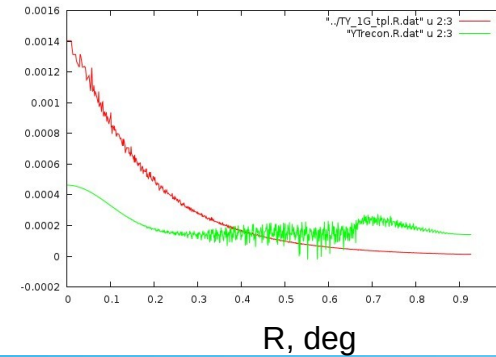
Вариант восстановления распределения у-параметра и T_e



y-parameter

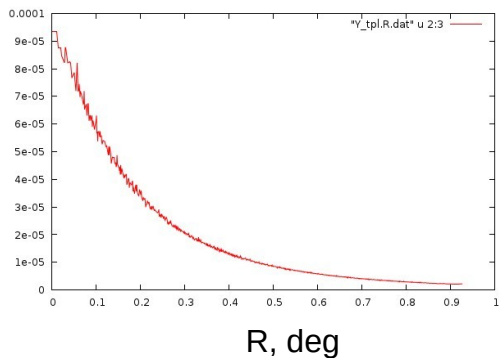
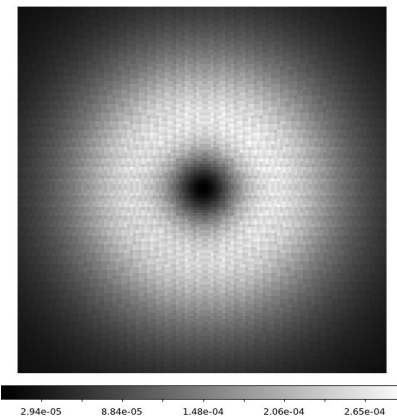
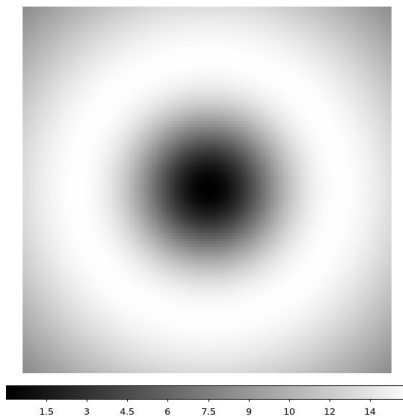
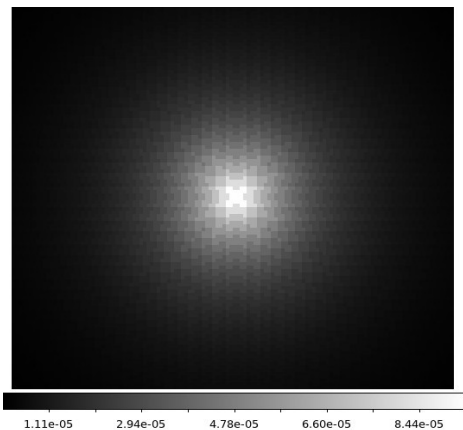


T , keV

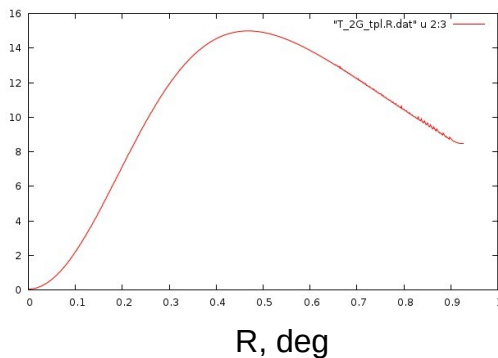


$y \cdot T$

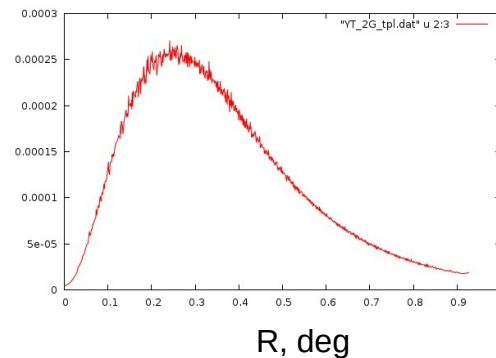
Модель кластера на прямоугольной площадке, дифференциальный Гауссовый профиль T_e



y-parameter

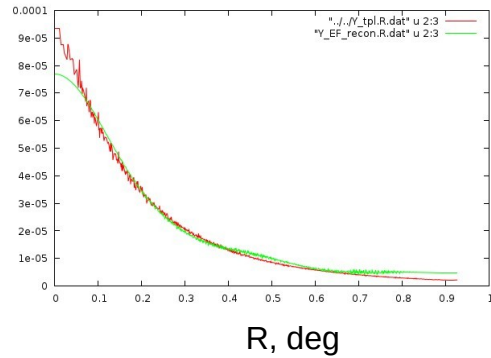
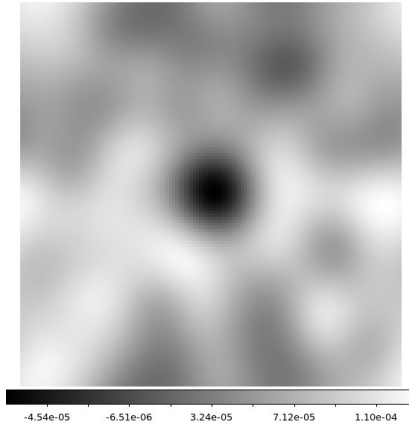
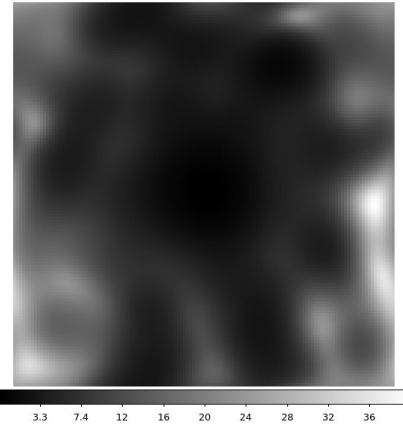
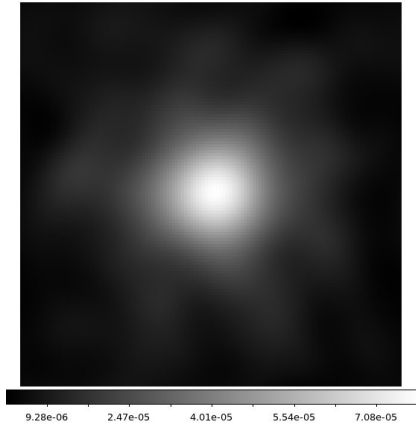


T_e , keV

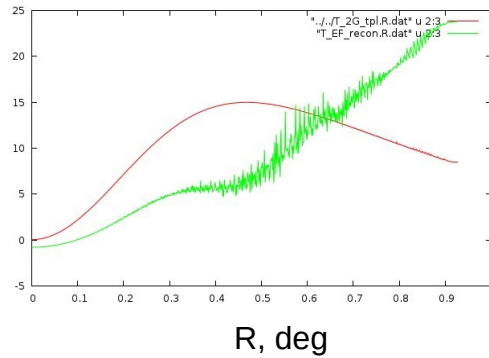


$y \cdot T_e$

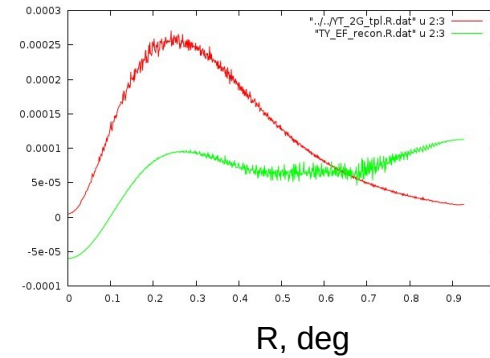
Вариант восстановления распределения у-параметра и T_e



y-parameter



T_e , keV



$y \cdot T_e$

Заключение

- Существует несколько методик для восстановления карт параметра комптонизации y в кластерах, где наблюдается эффект SZ (MILCA, NILC, FastMEM, были попытки со SMICA и SEVEM).
- FastMEM позволяет работать с картами в разном разрешении, но имеет проблемы с оценкой ошибок восстановленного сигнала.
- Ни один метод не дал удовлетворительных результатов восстановления T_e для отдельных кластеров при работе с существующими многочастотными картами с учётом rSZ. Есть работы, где используют метод осреднения по всем кластерам (напр. Remazeilles & Chluba (2024)), который показывает среднее значение T_e порядка 5 keV.
- Эксперименты с FastMEM показывают, что качество восстановления T_e невысокое в т.ч. и потому, что при наличии малого числа частотных каналов (6 каналов от 70 до 545 ГГц) в этом диапазоне необходимо учитывать большое количество компонент сигнала, таких как CMB, тепловую пыль и поправки за счёт вариаций температуры, свободно-свободное излучение, CO, эффект SZ и релятивистские поправки, что приводит к неустойчивому решению.
- Ситуацию могут улучшить будущие спутниковые эксперименты в мм и суб-мм диапазоне, которые обеспечат большее число спектральных каналов, лучшие шумовые характеристики и лучшее разрешение, в частности проект **Миллиметрон**.